

DIN 1052:2008-12 Neue Grundlagen für Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken

Teil 5 (1): Aussteifungen von Holztragwerken

Es werden die Grundlagen zur Aussteifung von Holztragwerken dargelegt und an Beispielen erläutert.

DIN 1052:2008-12 – New basics for design, calculation and dimensioning of timber structures, Part 5: Construction of bracing in wooden structures. *Basics of bracing in wooden structures are given and amplified by several examples.*

Hinweis:

Die Ausgabe DIN 1052:2004-08 wurde überarbeitet. Statt einer Ausgabe A/1, die nur die Änderungen enthält, wurde eine konsolidierte Fassung mit dem Datum 2008-12 herausgegeben. Die Änderungen der DIN 1052:2008-12 sind in diesem Abschnitt eingearbeitet.

1 Grundsätzliches

Horizontale Lasten sind grundsätzlich nachzuweisen, und ihr Einfluss ist bis in die Fundamente zu verfolgen. Während im Massivbau die Standsicherheit der Gebäude durch die Platten- und Scheibentragwirkung sowie das hohe Gewicht der Bauteile meist ohne Nachweis als gegeben angesehen werden kann, gilt dies im Holzbau in der Regel nicht.

Im Holzbau sind die horizontalen Lasten zu erfassen; die Bauteile sind einschließlich der Verankerung abheben-der Teile nachzuweisen.

Nach DIN 1052:2008-12 Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken wird zwischen

- **tragenden** Bauteilen (auch einer Beplankung) und
 - **aussteifenden** Bauteilen
- unterschieden.

Tragende Bauteile werden zur Ableitung planmäßiger Einwirkungen (Eigen-, Nutz-, Wind-, Erdbebenlasten) herangezogen.

Aussteifende Bauteile dienen nur der Stabilisierung von Druck- und Biegestäben, deren Lasten unterhalb der Verzweigungslasten aus den Imperfektionen entstehen.

Die spannungslose Vorkrümmung zwischen den Einzelabstützungen dürfen die angegebenen Verhältnisse nicht überschreiten (DIN 1052:2008-12, Abschnitt 8.4.2 (4)):

$a/300$ bei Stäben aus Vollholz und Balkenschichtholz
 $a/500$ bei Stäben aus Brettschicht- und Furnierschichtholz
 a = Stablänge

Diese Forderungen gelten auch für die Vorkrümmung von Druckgurten von Biegeträgern (DIN 1052:2008-12, Abschnitt 8.4.3 (5)).

Bei der Montage ist streng darauf zu achten, dass die Vorkrümmungen nicht größer als die angegebenen Werte sind.

Die Anforderung $a/300$ für Vollholz ist geringer, als in der Sortiernorm DIN 4074-1:2003-06 für die Sortierklassen S10 und S13 angegeben. Als Grenzwert gilt dort eine Stichhöhe von 8 mm bezogen auf eine Länge von 2000 mm, dies entspricht $a/250$. Das Holz muss daher für diese Anwendung nachsortiert werden.

2 Mindeststeifigkeiten von Abstützkonstruktionen

Nach DIN 1052:2008-12 wird bei den Mindeststeifigkeiten zwischen den Abstützungen von Druckstäben zur Verringerung der Knicklänge und Verbänden unterschieden. Während die Mindeststeifigkeiten von Druckstäben unabhängig von der Belastung sind, wird die Mindeststeifigkeit von Verbänden über die zulässige Durchbiegung des Verbandes aus den Stabilisierungslasten q_d und den äußeren Einwirkungen angegeben.

2.1 Mindeststeifigkeit zur Verringerung der Knicklänge

Die Mindeststeifigkeit der Abstützkonstruktionen beträgt nach DIN 1052:2008-12, Gleichung (10)

$$K_{u,mean} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot E_{0,mean} \cdot I}{a^3}$$

$E_{0,mean} \cdot I$ ist dabei die Biegesteifigkeit des Stabes.

Die Mindeststeifigkeit der Abstützung ist unabhängig von der Belastung des Stabes. Sie gilt daher auch für sehr gering beanspruchte Bauteile (Bild 1).

Die vorhandene Steifigkeit eines Bauteils wird ermittelt, indem an der abstützenden Stelle die Einzellast „1“ aufgebracht und an dieser Stelle die Verformung w bestimmt wird.

Es gilt allgemein:

$$\text{vorh } K = \frac{“1”}{w} = k_\alpha \cdot \frac{(E \cdot I)}{\ell^3}$$

k_α ergibt sich je nach Laststellung aus der allgemeinen Gleichung für die Biegelinie (s. Tabelle 1).

Tabelle 1. Beiwert k_α in Abhängigkeit von der Laststellung der Einheitslast „1“ auf einem Einfeldträger nach Bild 2
 Table 1. Coefficient k_α dependent on pointload “1” of simply supported beam

α	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
k_α	370,37	184,54	117,19	85,33	68,03
α	0,33	0,35	0,40	0,45	0,50
k_α	60,81	57,96	52,08	48,97	48,00

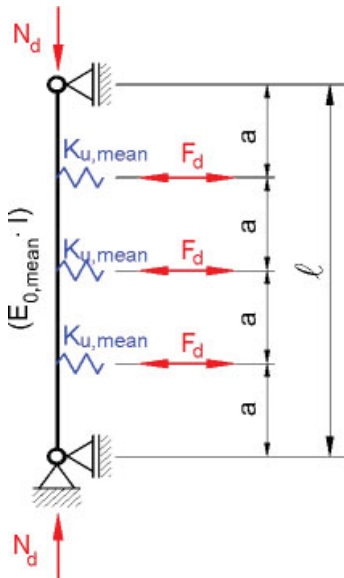


Bild 1. Beispiel eines Druckstabes mit Einzelabstützungen (DIN 1052:2008-12, Bild 1)
 Fig. 1. Example of compression strut (DIN 1052:2008-12, Fig. 1)

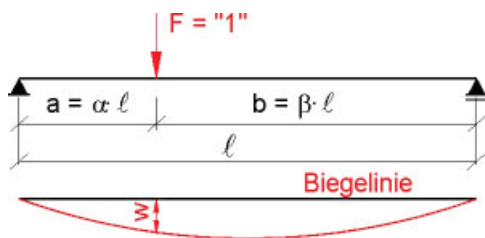


Bild 2. Einzellast „1“ und Biegelinie eines Einfeldträgers
 Fig. 2. Point load and deflection of simply supported beam

Das **Beispiel 4** zeigt die Anwendung dieser Formel und Tabelle 1 im Zusammenhang mit der Abstützkraft.

2.2 Mindeststeifigkeit von Stabilisierungsverbänden

Nach DIN 1052:2008-12, Abschnitt 8.4.2 (8) darf die rechnerische Ausbiegung der Aussteifungskonstruktion aus den Stabilisierungslasten q_d und anderen äußeren Einwirkungen das Maß von $l/500$ nicht überschreiten.

Die Durchbiegung w = Auslenkung von Verbänden ist – im Gegensatz zum Nachweis der Gebrauchstauglichkeit – mit den γ -fachen Lasten und reduzierten Kennwerten der Steifigkeit zu berechnen. Die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel muss dabei berücksichtigt werden.

$$E = \frac{E_{0,\text{mean}}}{\gamma_M}; G = \frac{G_{\text{mean}}}{\gamma_M}; K = \frac{K_{u,\text{mean}}}{\gamma_M}$$

DIN 1052:2008-12, Gl. (4)

$$K_{u,\text{mean}} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}}$$

DIN 1052:2008-12, Gl. (5)

Es wird darauf hingewiesen, dass für den Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit die Festigkeitskennwerte $E_{0,\text{mean}}$, G_{mean} und K_{ser} zu verwenden sind.

Falls die Binder als Gurte der Verbände dienen, ist bei der Berechnung der Verformungen und beim Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit als mitwirkende Höhe $h_{\text{ef}} = H/4 \leq 2 \cdot b$ einzusetzen (Bild 3).

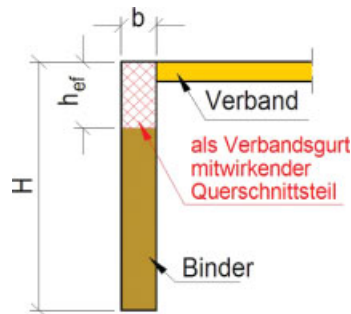


Bild 3. Mitwirkende Höhe h_{ef} beim Nachweis der Verformungen bei der Stabilisierung und im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Fig. 3. Height h_{ef} for calculation of deflection in construction of bracing

Beispiel 1: Bestimmung der Durchbiegung eines Verbandes für den Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Die Durchbiegung des in den Bildern 4 und 5 dargestellten Verbandes ist im Hinblick auf die zulässige Auslenkung von $1/500$ der Stützweite zu bestimmen. Die Gurte bestehen aus Brettschichtholz der Festigkeitsklasse GL28c und die Pfetten aus Nadelholz der Festigkeitsklasse C24. Die Berechnung wird mit einer Streckenlast $E_d = 4,0 \text{ kN/m}$ durchgeführt.

Hinweis: Die Gurte des Verbandes werden mit der Fläche $A_{\text{ef}} = b \cdot h_{\text{ef}} = 2 \cdot b^2 = 2 \cdot 160^2$ in Rechnung gestellt. Die Holzschrauben müssen mit einer Mindesteinschraubtiefe von $12 \cdot d$ eingeschraubt werden.

Nach DIN 1052:2008-12, Tabellen F.5 und F.9 und Gl. (4)

Pfetten aus C24:

$$E = E_{0,\text{mean}}/\gamma_M = 11000/1,3 = 8462 \text{ N/mm}^2$$

Gurte aus GL28c:

$$E = E_{0,\text{mean}}/\gamma_M = 12600/1,3 = 9692 \text{ N/mm}^2$$

Diagonalen, Stahl:

$$E = E_{0,\text{mean}}/\gamma_M = 210000/1,1 = 190909 \text{ N/mm}^2$$

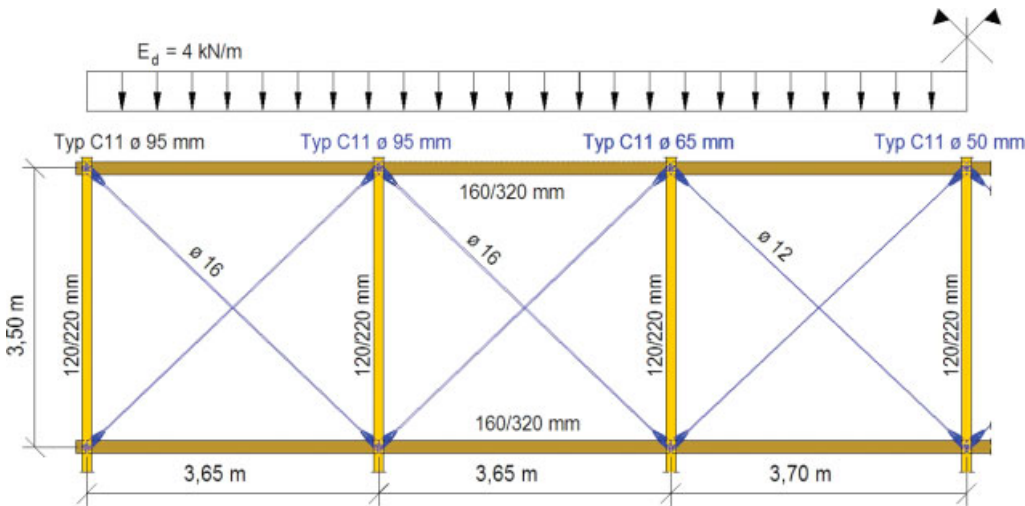


Bild 4. System und Abmessungen des Verbandes
Fig. 4. Geometry of bracing construction

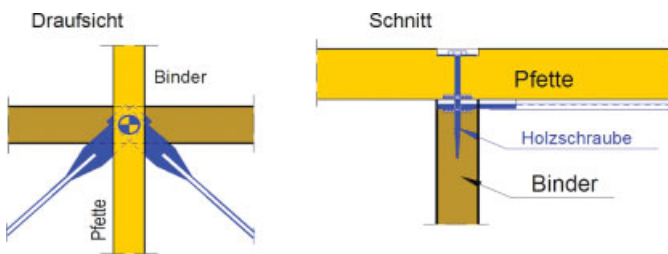


Bild 5. Anschlüsse der Diagonalen und der Pfetten
Fig. 5. Joints between diagonals and purlins

Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel:

Die Dübel werden sowohl im Brett-schichtholz (Gurte) als auch im Nadelholz (Pfetten, Pfosten) verwendet. Zur Bestimmung des Verschiebungsmoduls wird der geometrische Mittelwert nach Gl. (196) eingesetzt.

$$\rho_k = \sqrt{\rho_{k,1} \cdot \rho_{k,2}} = \sqrt{350 \cdot 380} = 365 \text{ kg/m}^3$$

Dübel Typ C11 Ø 95 mm nach DIN 1052:2008-12 Tabelle G.1 und Gl. (5) sowie Abminderung um 30 % nach DIN 1052:2008-12, Abschnitt 13.3.1 (8):

$$(1 - 0,3) \cdot \frac{K_{u,\text{mean}}}{\gamma_M} = \frac{2}{3} \cdot \frac{K_{\text{ser}}}{\gamma_M} = (1 - 0,3) \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{0,45 \cdot d_c \cdot \rho_k}{\gamma_M}$$

$$= (1 - 0,3) \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{0,45 \cdot 95 \cdot 365}{1,3} = 5601 \text{ N/mm}$$

Dübel Typ C11 Ø 65 mm

$$K_{u,\text{mean}}/\gamma_M = 65 \cdot 5601/95 = 3832 \text{ N/mm}$$

Dübel Typ C11 Ø 50 mm

$$K_{u,\text{mean}}/\gamma_M = 50 \cdot 5601/95 = 2948 \text{ N/mm}$$

Die Nachgiebigkeit der Anschlüsse wird durch eine ideale Fläche A_i^* berücksichtigt, die so bestimmt ist, dass der Stab mit dieser Fläche die gleiche Verformung aufweist wie der Stab mit der Fläche A_i mit den Anschlussverformungen (zur Herleitung der Formel siehe [6], Seite 396):

$$A_i^* = \frac{A_i}{1 + \frac{A_i \cdot E_i}{s_i \cdot n_{\text{links}} \cdot K_{\text{links}}} + \frac{A_i \cdot E_i}{s_i \cdot n_{\text{rechts}} \cdot K_{\text{rechts}}}}$$

s_i Länge des i-ten Stabes [mm]

A_i Fläche des i-ten Stabes [mm²]

E_i Elastizitätsmodul des i-ten Stabes [N/mm²]

K_i Verschiebungsmodul des Verbindungsmittels [N/mm]

n_{links} wirksame Anzahl der Verbindungsmittel am linken Anschluss

n_{rechts} wirksame Anzahl der Verbindungsmittel am rechten Anschluss

Die Auswertung der Flächenermittlung erfolgt tabellarisch, siehe untenstehende Tabelle.

Stab	A_i [mm ²]	E_i [N/mm ²]	s_i [mm]	n_{links}	K_{links} [N/mm]	n_{rechts}	K_{rechts} [N/mm]	A_i^* [mm ²]
D1	201,06	190909	5057	1	5601	1	5601	54,19
D2	201,06	190909	5057	1	5601	1	3832	46,37
D3	113,10	190909	5093	1	3832	1	2948	31,91
V1	26400	8462	3500	1	-	1	5601	2129,76
V2	26400	8462	3500	1	-	1	-	26400
V3	26400	8462	3500	1	-	1	-	26400
V4	26400	8462	3500	1	2948	1	-	1165,50

Aus der Berechnung mit einem Stabwerksprogramm (R-Stab von Dlubal) ergibt sich eine Verformung in Feldmitte von $w = 7,8 \text{ mm}$. Dies entspricht einer Verformung von $1/2821$ der Stützweite.

Bei Verbänden, deren Verhältnis Verbandshöhe/Gurt­höhe größer als 10 ist, kann das Flächenmoment 2. Ordnung näherungsweise aus den Gurtflächen bestimmt werden. Wird der Einfluss der Schubverformung (Füllstäbe der Fachwerke) und der Nachgiebigkeit der Anschlüsse mit einem Faktor 2 berücksichtigt und für $a_1 = h/2$ eingesetzt, ergibt sich mit $\gamma_M = 1,3$ die Biegesteifigkeit:

$$\text{vorh } E \cdot I \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{0,\text{mean}}}{1,3} \cdot 2 \cdot A_{\text{Gurt}} \cdot a_1^2 \\ \approx 1920 \cdot n_i \cdot A_{\text{Gurt}} \cdot h^2 \text{ [Nmm}^2\text{]}$$

n_i Verhältnis E-Modul der Gurtstäbe/10000 N/mm² (Vergleichs-E-Modul)
 A_{Gurt} rechnerisch ansetzbare Fläche eines Gurtes [mm²]
 $h = 2 \cdot a_1$ Schwerpunktstabstand der Gurtstäbe [mm]

Für das Beispiel 1 mit $\ell = 22 \text{ m}$, $b_{\text{Gurt}}/h_{\text{Gurt}} = 160/320 \text{ mm}$ und $E_d = 4 \text{ kN/m}$ ist die rechnerische Biegesteifigkeit:

$$\text{vorh } E \cdot I = 1920 \cdot 1,26 \cdot 160 \cdot 320 \cdot 3500^2 = 15,17 \cdot 10^{14} \text{ Nmm}^2$$

und

$$w = \frac{5 \cdot E_d \cdot \ell^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 22000^4}{384 \cdot 15,17 \cdot 10^{14}} \\ = 8,0 \text{ mm} \triangleq \frac{\ell}{2750} < \frac{\ell}{500}$$

In gleicher Weise kann die erforderliche Gurtfläche für eine Durchbiegung von $1/500$ der Stützweite aus der Gleichung für die Durchbiegung mit $I = 2 \cdot A_{\text{Gurt}} \cdot a_1^2$ und $h = 2 \cdot a_1$ näherungsweise bestimmt werden zu:

$$\text{erf } A_{\text{Gurt}} = \frac{0,271 \cdot \max M_d \cdot \ell}{n_i \cdot h^2}$$

$\max M_d$ max. Biegemoment des Verbandes
 ℓ Stützweite des Verbandes
 n_i Verhältnis E-Modul der Gurtstäbe/10000 N/mm² (Vergleichs-E-Modul)
 $2 \cdot a_1$ Schwerpunktstabstand der Gurtstäbe
 Einheiten: $\max M_d$ in [kNm], ℓ in [m] h in [m]
 \Rightarrow erf A_{Gurt} in [cm²]
 Der Sicherheitsbeiwert γ_M ist in die Formel eingearbeitet.

Mit den Abmessungen und der Einwirkung aus dem Beispiel 1 berechnet sich die erforderliche Gurtfläche zu:

$$\text{erf } A_{\text{Gurt}} = \frac{0,271 \cdot \max M_d \cdot \ell}{n_i \cdot h^2} \\ = \frac{0,271 \cdot (4 \cdot 22^2 / 8) \cdot 22}{1,26 \cdot 3,5^2} = 93,5 \text{ cm}^2$$

Kontrolle unter Einsetzen von $I = 2 \cdot A_{\text{Gurt}} \cdot a_1^2$ und $a_1 = 1750 \text{ mm}$:

$$w = \frac{M_d \cdot \ell^2}{9,6 \cdot E \cdot I} = \frac{2,42 \cdot 10^8 \cdot 22000^2}{9,6 \cdot (12600/1,3) \cdot 2 \cdot 93,5 \cdot 100 \cdot 1750^2} \\ = 22 \text{ mm} \triangleq \frac{\ell}{1000}$$

Bisherige Vergleichsrechnungen haben gezeigt, dass bei einem Verhältnis von Höhe zur Spannweite des Aussteifungsverbandes ≥ 6 ein Nachweis der Durchbiegung bei üblichen Konstruktionen der Dachverbände entbehrlich ist (s. auch DIN 1052:1988/1996, E.10.2.5).

3 Einwirkungen

3.1 Planmäßige horizontale Einwirkungen

Die planmäßigen Einwirkungen sind in den entsprechenden Fachnormen geregelt

- Windlasten nach DIN 1055-4
- Konsollasten (z. B. nach DIN 4143)
- Erdbebenlasten nach DIN 4149
- Anpralllasten nach DIN 1055-9

Die Kombination dieser Einwirkungen wird nach den Angaben in DIN 1055-100 vorgenommen. Die Kombinationsregeln gelten für alle Einwirkungen und werden im Zusammenhang mit den Nachweisen der Grenzzustände der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit angewandt und erläutert.

3.2 Einwirkungen aus Imperfektionen

3.2.1 Einwirkungen aus Vorverdrehungen (Schrägstellungen)

Stäbe und Binder

Die Vorverdrehungen bzw. Schrägstellungen sind unabhängig von den geometrischen Bedingungen so anzuordnen, dass daraus die jeweils größten Einwirkungen auf die Bauteile entstehen.

Die Lasten aus der Schrägstellung (Vorverdrehung) sind in DIN 1052:2008-12 nur für scheibenartig belastete Wandtafeln geregelt. Für alle anderen Bauteile, die nach Theorie I. Ordnung nachgewiesen werden, sind in der DIN keine vereinfachten Regeln angegeben; d. h., das Maß der Schrägstellung ist anzunehmen und anschließend zu kontrollieren. Von Prof. Kreuzinger wurde in [10] vorgeschlagen, hierfür einen Ausgangswert aus der Vorverdrehung nach Theorie II. Ordnung zuzüglich der „erlaubten“ Schrägstellung anzunehmen.

Rechenwerte des Schrägstellungswinkels nach DIN 1052:2008-12, Abschnitt 8.5.3 im Bogenmaß

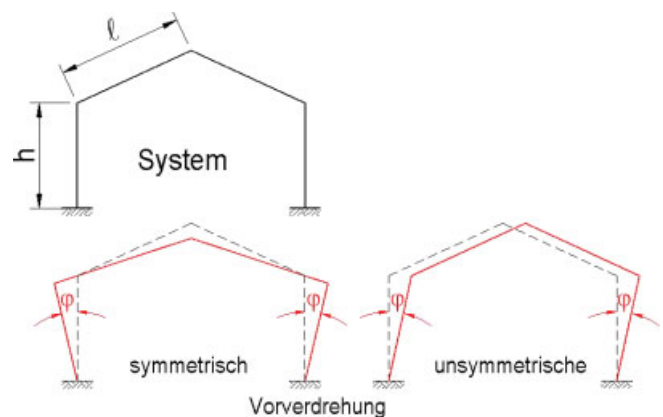


Bild 6. Beispiele angenommener spannungsloser Vorverdrehungen eines Hallenrahmens (aus DIN 1052:2008-12, Bild 3)

Fig. 6. Examples for initial deformation of hall frames (from DIN 1052:2008-12, Fig. 3)

$$\varphi = 0,005 \quad \text{für } h \leq 5,00 \text{ m}$$

$$\varphi = 0,005 \cdot \sqrt{5/h} \quad \text{für } h > 5,00 \text{ m}$$

$h = \text{Tragwerkshöhe [m] siehe Bild 6}$

Für eine 5,50 m hohe Hallenstütze mit Einwirkungen aus der ständigen Last und der Schneelast führt dies nach DIN 1052:2008-12, Gl. (21) zur einer Vorverdrehung von

$$\varphi = 0,005 \cdot \sqrt{\frac{5,00}{5,50}} = 0,00477.$$

Unter Ansatz des vorgenannten Vorschlags von Kreuzinger, der Addition der zulässigen Auslenkung für einen Kragarm von $h/100$, ergibt sich hieraus eine Auslenkung am Kopf der Stütze von

$$u_{\text{gesamt}} = \varphi_{\text{gesamt}} \cdot h = (0,00477 + 0,0100) \cdot 5500 = 81,22 \text{ mm.}$$

Diese Auslenkung erscheint den Autoren dieses Beitrags zu groß. Sie führt mit Sicherheit zu Bauschäden. Es wird daher empfohlen, bei Hallenbauten beim Nachweis nach Theorie I. Ordnung eine Schrägstellung von insgesamt $\varphi = 1/100 = 0,01$ anzusetzen. Die angenommene Auslenkung ist im Nachhinein zu kontrollieren. Sie setzt sich zusammen aus der Schrägstellung und der elastischen Verformung.

Messungen an ausgeführten Bauwerken haben ergeben, dass bei Fachwerkbindern – Nagelplattenbindern – größere Lotabweichungen auftreten können [18]. Es wird daher empfohlen, für Dachkonstruktionen die gleichen Lotabweichungen wie für Wände einzusetzen.

Anstelle der Vorverdrehung (Schrägstellung der Stiele) kann an den Stabenden auch eine Kraft eingeführt werden. Ersatzkräfte aus der Vorverdrehung sind nicht im Gleichgewicht. Sie bilden ein Kräftepaar, das durch das Gesamtsystem abgeleitet werden muss.

Die Ersatzkraft wird aus dem Winkel bestimmt:

$$F_d = N_d \cdot \varphi$$

Für kleine Winkel gilt

$$\sin \varphi = \tan \varphi = \varphi.$$

Die Ersatzkräfte treten sowohl in der Ober- als auch Untergerutebene als horizontale Kräfte auf. Die im Aussteifungssystem auftretenden Auflagerkräfte (Bild 7) in der Ebene der Untergerute sind durch gesonderte Bauteile aufzunehmen. Hierzu können Scheiben oder Verbände in der Untergerutebene oder Verbände in den Ebenen der Diagonalen herangezogen werden (Bilder 7 und 8). Die Umlenkkräfte in der Dachebene werden über Verbände entweder direkt oder über Firstabspannungen in die Traufwände geleitet.

Die im Bild 8 dargestellten vertikalen Kräfte F_v entstehen aus dem Versatzmoment der Windbelastung und der Summe der Umlenkkräfte.

Die horizontale Ersatzlast F_d beträgt bei Vollwand- oder Fachwerkbindern:

$$F_d = \frac{E_d \cdot \ell \cdot \varphi}{70} \text{ je Binder}$$

E_d Einwirkungen aus ständiger Last, Schnee und Wind, bezogen auf die Grundrissprojektion

ℓ Stützweite der Binder

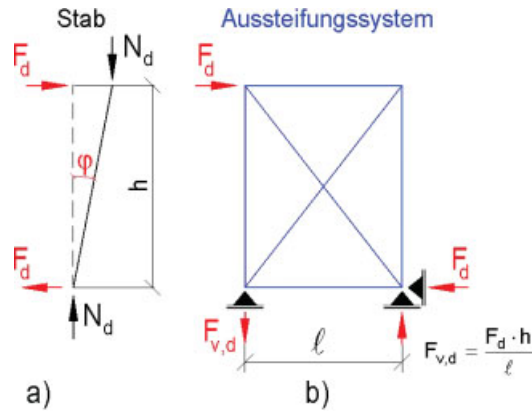


Bild 7. Schrägstellung an einem Stab, a) horizontale Ersatzkräfte F_d aus der Vertikalbelastung N_d im Stab, b) Aussteifungssystem mit den Auflagerkräften
Fig. 7. Inclination of a member, a) horizontal force F_d calculated from vertical forces N_d b) bracing construction with reactions on support

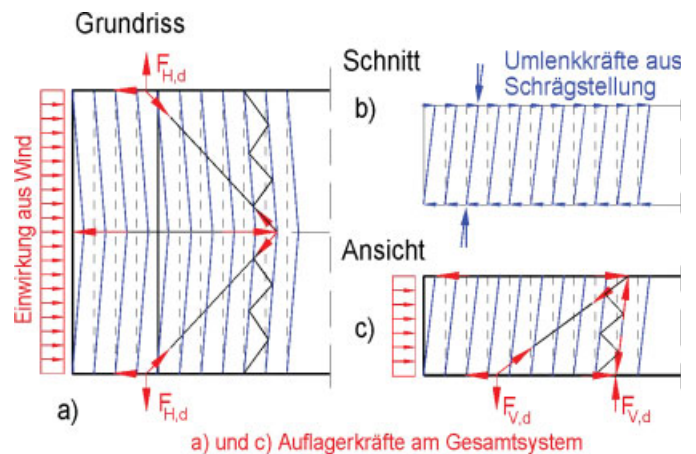


Bild 8. Dach mit Bindern, a) Draufsicht mit Windbelastungen und Abspannungen durch Windrispen am First, b) Umlenkkräfte aus der Schrägstellung der Binder am First und an den Traufen, c) Auflagerkräfte am Gesamtsystem
Fig. 8. Roof with trusses, a) ground plane with wind loads and guys from ridge, b) deviation forces from obliquity of trusses on ridge and eaves, c) reaction at support on the truss system

Beispiel 2: Umlenkkräfte bei Fachwerkbindern

Für die im Bild 9 dargestellte Dachkonstruktion eines Lebensmittelmarktes sollen die Umlenkkräfte und die daraus resultierenden Kräfte in den Firstabspannungen ermittelt werden.

Schneelastzone 2, Höhe 250 m + NN (Lastfall norddeutsche Tiefebene muss nicht gesondert untersucht werden!).

Die Umlenkkräfte aus der Schrägstellung der Binder entstehen nur aus der Last auf dem Binderobergurt. Die Belastung auf den Untergeruten hat keinen Anteil.

Belastung:

Dacheindeckung nach DIN 1055-1	$G_k = 0,55 \text{ kN/m}^2$
Eigenlast Dachbinder (Obergurt)	$G_{k,Db} = 0,12 \text{ kN/m}^2$
Schneelast nach DIN 1055-5	$S_k = 0,85 \text{ kN/m}^2$
$\mu_1 = 0,8$ $s_{i,k} = \mu_1 \cdot s_k$	$s_{i,k} = 0,68 \text{ kN/m}^2$

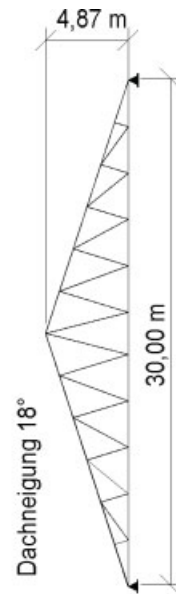
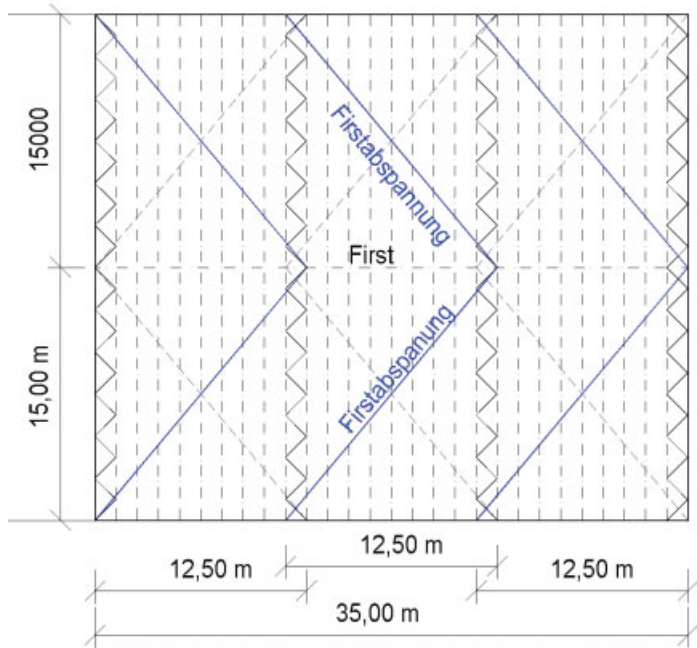


Bild 9. Dachkonstruktion eines Lebensmittelmarktes mit Fachwerkbindern, Verbänden und Abspannungen am First

Fig. 9. Roof structure of a supermarket with trusses, bracings and guy from ridge

Der Wind wird nicht maßgebend, da er entlastend wirkt.

$$E_d = 1,35 \cdot (0,55 + 0,12) / \cos 18^\circ + 1,50 \cdot 0,68 = 1,97 \text{ kN/m}^2/\text{GFl}$$

Gesamte lotrechte Last:

$$F_{\text{tot,d}} = 1,97 \cdot 35,00 \cdot 30,00 = 2068,5 \text{ kN}$$

Die gesamte Umlenkraft bei einer Schrägstellung der Binder mit $\varphi = 1/70$ beträgt:

$$F_d = \frac{2068,5}{70} = 29,55 \text{ kN}$$

Über die Dachverbände wird die Hälfte dieser Kraft in die Traufwände geleitet. Die verbleibende Hälfte muss über die Abspannungen am First abgetragen werden. Bei drei Rispenpaaren ergibt sich am First eine Kraft

$$F_{\text{First,d}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{29,55}{3} = 4,92 \text{ kN.}$$

Die Zugkraft in jeder Abspannung (Rispe) beträgt nach den in Abschn. 4.2.2 (Teil 2) angegebenen Formeln:

$$F_{\text{Absp,d}} = \frac{\ell_s}{2 \cdot x} \cdot F_{\text{H,First,d}} = \frac{\sqrt{12,50^2 + 15,00^2 + 4,87^2}}{2 \cdot 12,50} \cdot 4,92 = 3,96 \text{ kN}$$

ℓ_s wahre Länge des Rispenbandes
 x Projektionslänge des Rispenbandes in x-Richtung

Die an den Untergurten auftretende Umlenkkraft beträgt für $n_{\text{Binder}} = 27$ (ohne Randbinder)

$$F_{\text{Untergurt,d}} = \frac{F_{\text{H,Schr,d}}}{n_{\text{Binder}} \cdot \ell_{\text{Binder}}} = \frac{29,55}{27 \cdot 30,00} = 0,036 \text{ kN/m je Binder.}$$

Die Kraft muss von geeigneten Verbänden (z. B.: Deckenscheibe, Verbände in Untergurtebene) aufgenommen und in die Traufen abgeleitet werden.

Wandscheiben in Holzhäusern

Nach DIN 1052:2008-12 Abschnitt 8.7.6 darf der Einfluss von Schrägstellungen von **scheibenartig** beanspruchten Wänden nach Gl. (39) durch eine Ersatzlast $F_d = q_d \cdot \ell / 70$ berücksichtigt werden. q_d ist dabei die Linienlast auf der Wand $q_d = F_{c,d} / \ell$ mit ℓ = Wandlänge. Die Kraft F_d ist senkrecht zur Wand gerichtet.

Die Schrägstellung von $1/70$ der Wandhöhe ist sehr groß. Bei einer 2,50 m hohen Wand wird damit in der Norm eine Lotabweichung von 3,6 cm unterstellt. Hiervon kann nach Ansicht der Autoren abgewichen werden, wenn genaue Montagevorgaben vorliegen und die tatsächlichen Lotabweichungen in der Bauphase dokumentiert werden.

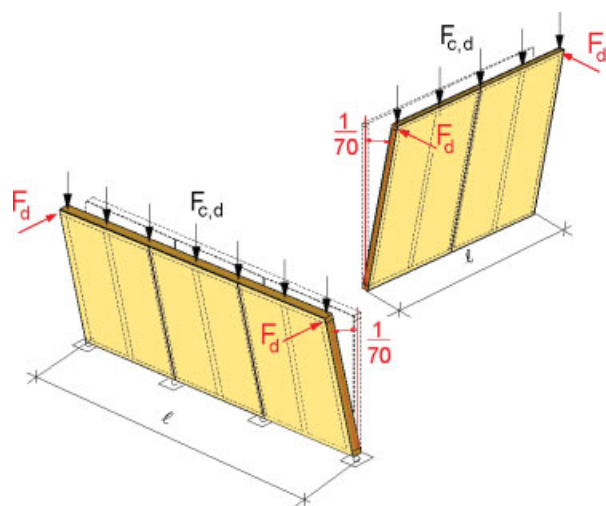


Bild 10. Schrägstellung der Wände und die hieraus entstehenden Umlenkkräfte F_d

Fig. 10. Inclination of walls and deviation force F_d

Die Schrägstellungen sind so anzuordnen, dass die größte Beanspruchung entsteht.

$$H_{\text{Wand}} = H_1 + H_2 + H_3 + H_4 = \frac{F_{1,d} + F_{2,d} + F_{3,d} + F_{4,d}}{70}$$

$$H_{\text{Decke}} = H_2 + H_1 = \frac{F_{2,d} + F_{3,d} + F_{4,d}}{70} + \frac{F_{1,d} + F_{2,d} + F_{3,d} + F_{4,d}}{70}$$

Lasten aus der Schrägstellung der Wände sind **keine inneren Kräfte** und daher **abzuleiten**.

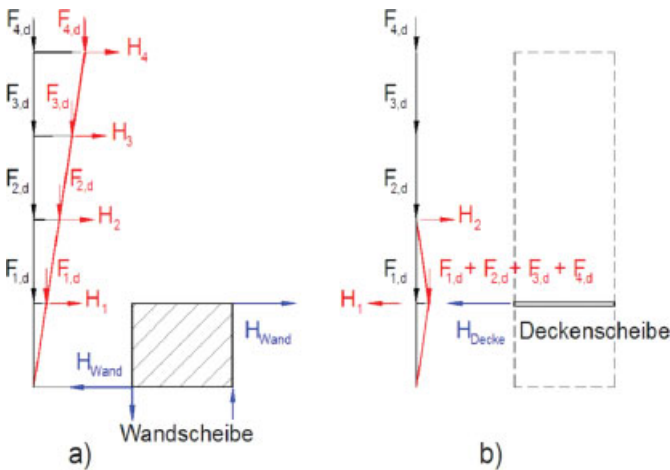


Bild 11. Schrägstellungen für die maximale Belastung der Bauteile, a) Wandscheibe, b) Deckenscheibe
 Fig. 11. Inclinations for the maximum load, a) cross wall, b) floor bracing

Beispiel 3: Umlenkräfte durch Schrägstellungen der Wände bei einem Wohnhaus

Belastungen:	
Decke über dem Obergeschoss	$G_k = 2,30 \text{ kN/m}^2$ (mit Begrünung)
Decke über dem Erdgeschoss	$G_k = 1,45 \text{ kN/m}^2$
Schneelast	$s_{i,k} = 0,68 \text{ kN/m}^2$
Nutzlast auf der Decke	$Q_{k,N} = 1,50 \text{ kN/m}^2$
Trennwandzuschlag	$Q_{k,Tr} = 0,80 \text{ kN/m}^2$

Das Gewicht der Wände wird über den Trennwandzuschlag erfasst. Die Lasten werden jeweils zur Hälfte nach oben und unten in die Decken eingerechnet.

Die Abtragung der lotrechten Lasten erfolgt nur über die Wände in den Zahlenachsen. Damit treten nur Umlenkräfte in Richtung der Buchstabenachse auf.

Last in Höhe der Decke über dem Obergeschoss

$$F_{2,d} = (1,35 \cdot 2,30 + 1,50 \cdot 0,5 \cdot 0,68 + 1,35 \cdot 0,80/2) \times 10,00 \cdot 5,00 = 207,75 \text{ kN}$$

Horizontalkraft in Höhe der Decke über dem Obergeschoss

$$H_{2,d} = F_{2,d}/70 = 207,75/70 = 2,97 \text{ kN}$$

Last in Höhe der Decke über dem Erdgeschoss

$$F_{1,d} = (1,35 \cdot 1,45 + 1,50 \cdot 0,7 \cdot 1,50 + 1,35 \cdot 0,80) \times 10,00 \cdot 5,00 = 230,63 \text{ kN}$$

Horizontalkraft in Höhe der Decke über dem Erdgeschoss

$$H_{1,d} = F_{1,d}/70 = 230,63/70 = 3,29 \text{ kN}$$

Die Wandscheiben in den Achsen A und E im Obergeschoss erhalten eine Horizontalkraft von 2,97 kN. Die Wandscheiben im Erdgeschoss erhalten aus der Schrägstellung eine Umlenkkraft von 2,97 + 3,29 = 6,26 kN.

Die Deckenscheibe ist – zusätzlich zur Einwirkung aus Wind – für eine Kraft

$$H_{\text{gesamt}} = 2 \cdot H_{2,d} + H_{1,d} = 2 \cdot 2,97 + 3,29 = 9,20 \text{ kN}$$

bzw.

$$E_{d,Uml} = \frac{9,20}{5,00} = 1,84 \text{ kN/m}$$

zu bemessen.

Die Kräfte aus den Schrägstellungen werden mit den Windkräften angesetzt. Die Einwirkung aus Windlast ist dann die vorherrschende veränderliche Einwirkung.

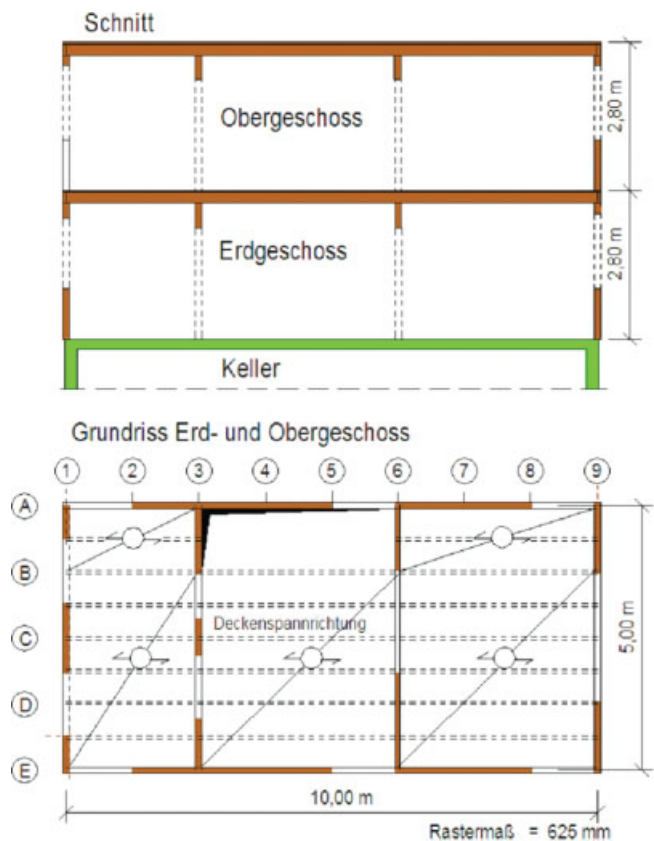


Bild 12. Schnitt und Grundrisse eines zweigeschossigen Wohnhauses
 Fig. 12. Section and ground plan of a double floor house

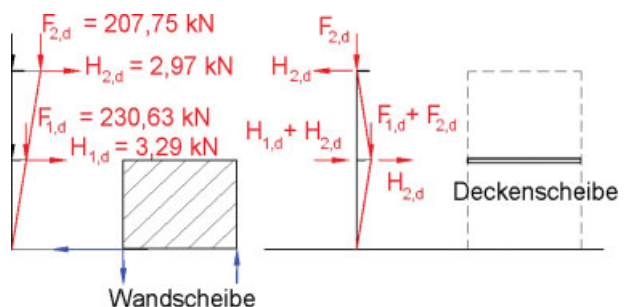


Bild 13. Horizontalkräfte für die Wand- und Deckenscheiben
 Fig. 13. Horizontal load for wall bracing and floor bracing

Werden bei einem Gebäude sowohl die Wände in den Zahlenachsen als auch in den Buchstabenachsen belastet, so sind die vertikalen Lasten der einzelnen Wände zu ermitteln und daraus die Umlenkkräfte zu bestimmen.

3.2.2 Einwirkungen aus Vorkrümmungen

Bei den Einwirkungen aus Vorverkrümmungen (Stabilisierungslasten) ist zu unterscheiden zwischen:

- Einzelabstützung (Änderung der Knickbiegeline)
- kontinuierliche Abstützung (z. B. gegen Verbände)

3.2.2.1 Einzelabstützungen

Die Stützlast F_d kann aus einem federnd abgestützten Stab abgeleitet werden (Bild 14).

Aus der Differentialgleichung, in [11] angegeben, ergibt sich mit $e \neq 0$ für den vorgekrümmten Stab eine Abstützkraft:

$$F_d = 5,2 \cdot N_d \cdot \frac{e}{\ell} = \frac{N_d}{\kappa}$$

mit

$$\kappa = \frac{\ell}{5,2 \cdot e}$$

In die Gleichung wurden die Grenzwerte eingesetzt und eine Sicherheit $\gamma = 3,5$ gegenüber der Eulerschen Knicklast berücksichtigt.

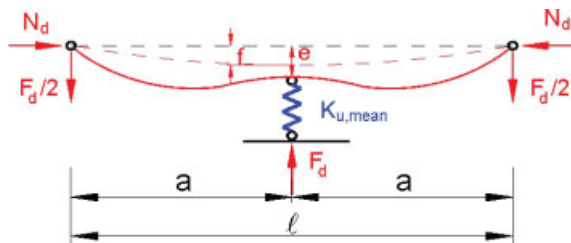


Bild 14. Vorkrümmung e und Durchbiegung f sowie Abstützungskraft F_d an einem Stab mit einer Normalkraft N_d und der Länge ℓ

Fig. 14. Initial deformation e and deflection f on a member with axial force N_d and length ℓ

Die in DIN 1052:1988-04 angegebenen Kräfte für die Abstützungen von $K = (F_d) = N/50$ für Vollholz und $K = N/100$ für Brettschichtholz wurden aus der obenstehenden Formel abgeleitet.

Nach DIN 1052:2008-12 wird für Vollholz und Balkenschichtholz eine Vorkrümmung von $a/300$ und für Brettschicht- und Furnierschichtholz eine Vorkrümmung von $a/500$ zugrunde gelegt. Außerdem wird die Gesamtsteifigkeit der Stäbe mit dem Faktor $(1 - k_c)$ berücksichtigt. Der Knickbeiwert k_c ist dabei für den gesamten, also den nicht als ausgesteift betrachteten Stab zu bestimmen.

$$F_d = \frac{N_d}{50} \cdot (1 - k_c)$$

für Vollholz und Balkenschichtholz (DIN 1052:2008-12, Gl. (11))

$$F_d = \frac{N_d}{80} \cdot (1 - k_c)$$

für Brett- und Furnierschichtholz (DIN 1052:2008-12, Gl. (12))

Hierin ist N_d der Bemessungswert der Normalkraft und k_c der Knickbeiwert für den **nicht ausgesteiften Druckstab**.

Für andere Vorkrümmungsverhältnisse können die Beiwerte κ nach Bild 15 bestimmt werden.

Die Kräfte aus der Vorkrümmung stehen im Gleichgewicht, dies ist bei Abstützungsstrukturen zu beachten.

Werden die Stäbe zwischen den Endpunkten seitlich abgestützt, müssen die Endpunkte der Stäbe mit dem Aussteifungssystem verbunden werden (Bild 16), andernfalls verbleiben freie Kräfte im System. Beim System nach Bild 17 müssen diese über die Binder abgetragen werden.

Fehlt die untere Gurtung, müssen die Kräfte $F_d/2$ über eine Deckenscheibe oder Systeme in der Untergurtebene abgeleitet werden.

Es wird empfohlen, auch in den Ebenen der Füllstäbe zusätzliche Verbände nach Bild 19 anzuordnen. Die Gurtungen können auf den Pfosten der zusätzlichen Verbände angeschlossen werden. Ein weiterer, nicht zu unterschätzender Vorteil liegt darin, dass die Untergurte der Binder durch die zusätzlichen Verbände gegen seitliches Verschieben gehalten sind.

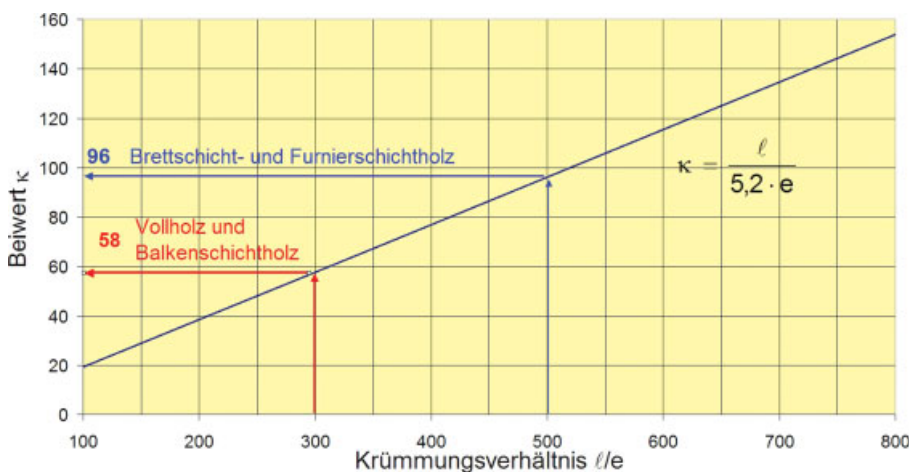


Bild 15. Zusammenhang zwischen dem Vorkrümmungsverhältnis e/ℓ und dem Beiwert κ

Fig. 15. Coefficient κ in accordance with initial deformation to length e/ℓ

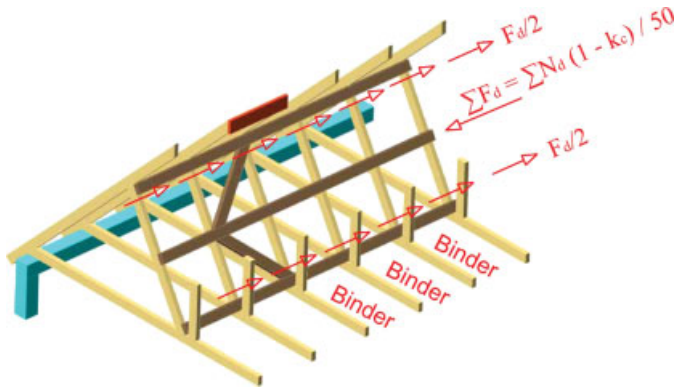


Bild 16. Seitenkräfte F_d im geschlossenen System bei seitlichen Abstützungen von auf druckbeanspruchten Diagonalstäben von Fachwerkbindern, Gleichgewicht im System
 Fig. 16. Lateral force F_d in closed system with bracing constructions for diagonal members of trusses; balance in the system

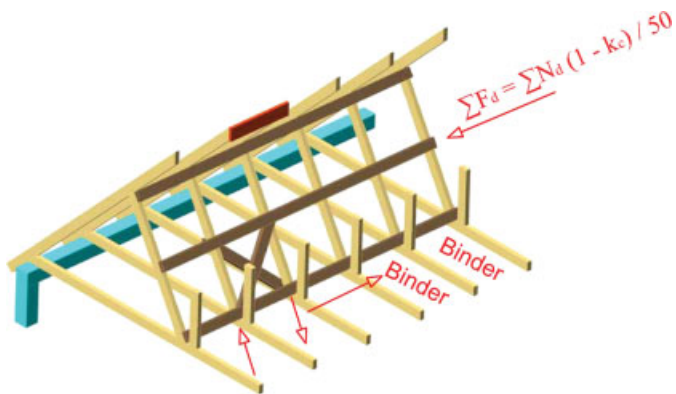


Bild 17. Seitenkräfte F_d im nicht geschlossenen System bei seitlichen Abstützungen von auf druckbeanspruchten Diagonalstäben von Fachwerkbindern, Binder durch Kräfte beansprucht
 Fig. 17. Lateral force F_d in non closed system with bracing constructions for diagonal members of trusses; trusses with static strains

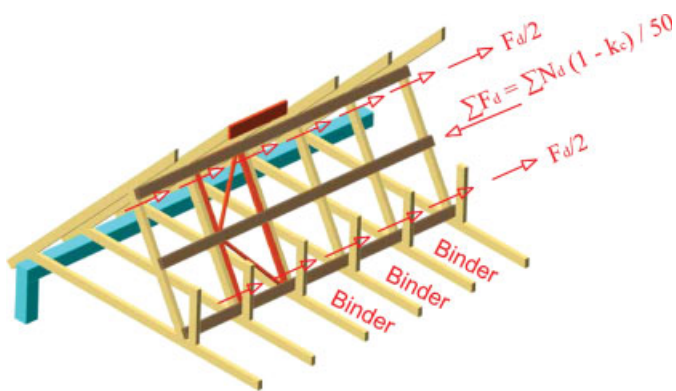


Bild 18. Seitenkräfte F_d im geschlossenen System mit zusätzlichem Verband nach Bild 19 zwischen den Diagonalen bei seitlichen Abstützungen von auf druckbeanspruchten Diagonalstäben von Fachwerkbindern
 Fig. 18. Lateral forces F_d in closed system with additional bracing construction according to Fig. 19 between diagonal members with lateral bracing for diagonal members of trusses

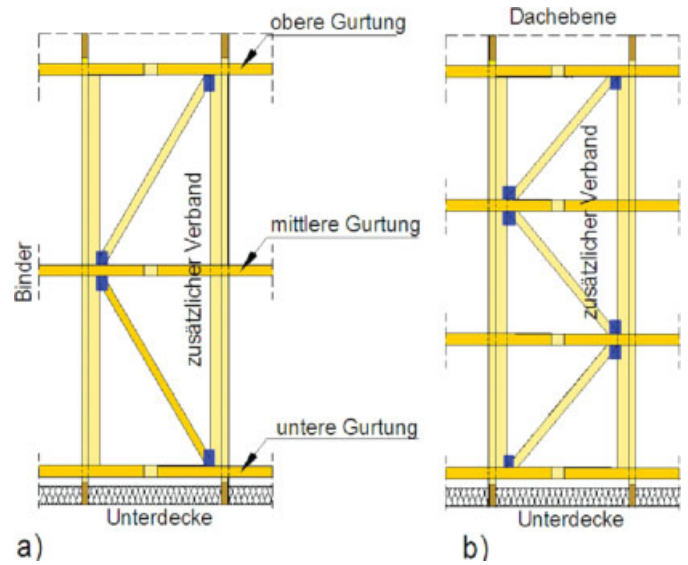


Bild 19. Zusätzliche Verbände in den Ebenen der Füllstäbe, a) für seitliche Abstützung in Stabmitte, b) für seitliche Abstützung in den Drittelpunkten
 Fig. 19. Additional bracings in web members, a) for lateral bracing in the middle of member, b) for lateral bracing in the third point

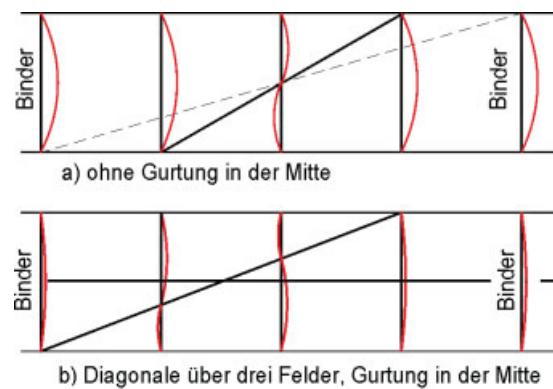


Bild 20. Fehlerhafte Ausführungen bei seitlichen Abstützungen von Druckstäben
 Fig. 20. Execution failures in lateral bracing of compression struts

Bei fehlender Gurtung in der Mitte sind die zwischen den Auskreuzungen liegenden Stäbe seitlich nicht gehalten (Bild 20a). Werden die Auskreuzungen über drei Felder geführt, ist die Knicklänge ℓ_{ef} größer als die halbe Stablänge (Bild 20b).

Schon bei geringen Ausbiegungen von Druckstäben treten Biegemomente auf. Diese vergrößern sich im Laufe der Zeit durch das Kriechen des Holzes. Die Stabverkrümmungen nehmen weiter zu (s. Bild 21). Ein Versagen des Stabes und damit des Fachwerkbinders ist dann auch ohne Laststeigerung möglich.

Beispiel 4: Nachweis einer Diagonalen eines Windverbandes und der sie abstützenden Pfetten

Die im Bild 23 dargestellte Diagonale eines Wind- und Stabilisierungsverbandes soll durch die Pfetten senkrecht zur Zeichenebene abgestützt werden.



Bild 21. Teileinsturz eines Lebensmittelmarktes durch fehlende seitliche Knickaussteifung der Auflagerpfosten
Fig. 21. Collapses of compression struts due to lacking bracing



Bild 22. Fehlende Gurtungen beim Aussteifungsverband der Diagonalen; die Auskreuzung ist für einen Teil der Stäbe wirkungslos
Fig. 22. Lacking trelliswork boom in bracing for diagonal members

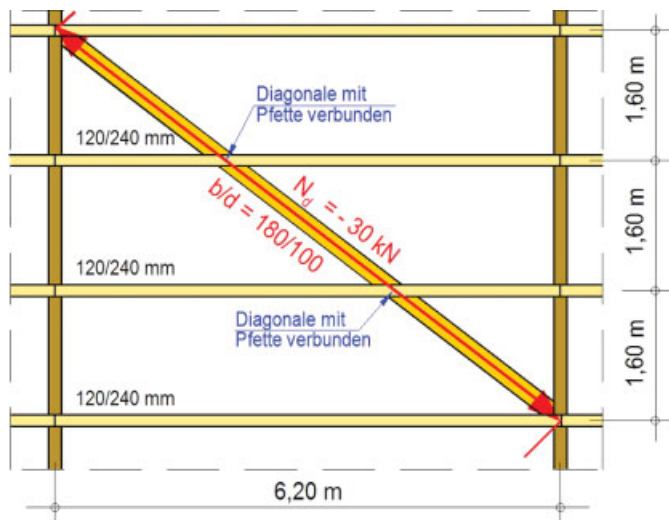


Bild 23. Diagonale eines Windverbandes; Binderabstand und Pfettenabstände
Fig. 23. Diagonal member of a bracing

Das Biegemoment der Pfette aus den Einwirkungen ständige Last, Schnee und Wind beträgt $M_d = 14,80$ kNm.

Es werden die Nachweise des Grenzzustandes der Tragfähigkeit für die Diagonale und die Pfette geführt.

Nadelholz der Festigkeitsklasse C24, KLED kurz;

Nutzungsstufe 2

Pfette $M_d = 14,80$ kNm aus ständiger Last, Schnee- und Windeinwirkung

DIN 1052:2008-12 Tabelle F.1 $\Rightarrow k_{mod} = 0,9$

DIN 1052:2008-12 Tabelle F.5 $\Rightarrow f_{c,0,k} = 21$ N/mm²;

$f_{m,k} = 24$ N/mm²; $E_{0,mean} = 11000$ N/mm²

$f_{c,0,d} = k_{mod} \cdot f_{c,0,k} / \gamma_M = 0,9 \cdot 21 / 1,3 = 14,54$ N/mm²;

$f_{m,0,d} = k_{mod} \cdot f_{m,0,k} / \gamma_M = 0,9 \cdot 24 / 1,3 = 16,62$ N/mm²

Mindeststeifigkeit nach DIN 1052:2008-12, Gl. (10)

$$K_{u,mean} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot E_{0,mean} \cdot I}{a^3} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 11000 \cdot (180 \cdot 100^3 / 12)}{2610^3} = 366,4 \text{ N/mm}$$

$$\text{vorh } K = k_\alpha \cdot \frac{(E \cdot I)}{\ell^3} = 60,81 \cdot \frac{(11000 \cdot 120 \cdot 240^3 / 12)}{6200^3} = 388,0 \text{ N/mm} > K_{u,mean}$$

k_α aus Tabelle 1

Die Steifigkeit der Pfette ist zur Abstützung der Diagonalen ausreichend.

Nachweis des Grenzzustandes der Tragfähigkeit für die Diagonalen

$$\ell_{ef,z} = \sqrt{6,20^2 + 4,80^2} = 7,84 \text{ m}; \ell_{ef,y} = \frac{7,84}{3} = 2,61 \text{ m}$$

$$\lambda_z = \frac{7840}{0,289 \cdot 180} = 150,7; \lambda_y = \frac{2610}{0,289 \cdot 100} = 90,3$$

Das Ausknicken in z-Richtung ist maßgebend.

Aus Diagramm Bild 24 $k_{c,z} = 0,14$

Nachweis nach DIN 1052:2004, Gl. (63)

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} = \frac{30 \cdot 1000}{0,14 \cdot 180 \cdot 100 \cdot 14,54} = 0,82 < 1$$

Nachweis des Grenzzustandes der Tragfähigkeit der Pfette

Für den nicht ausgesteiften Knickstab (Diagonale) gilt:

$$\lambda_z = \frac{7840}{0,289 \cdot 100} = 271,3$$

$$\lambda_{rel,c} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit}}} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{271,3}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21}{2/3 \cdot 11000}} = 4,621$$

$$k = 0,5 \cdot \left[1 + \beta \cdot (\lambda_{rel,c} - 0,3) + \lambda_{rel,c}^2 \right] = 0,5 \cdot \left[1 + 0,2 \cdot (4,621 - 0,3) + 4,621^2 \right] = 11,609$$

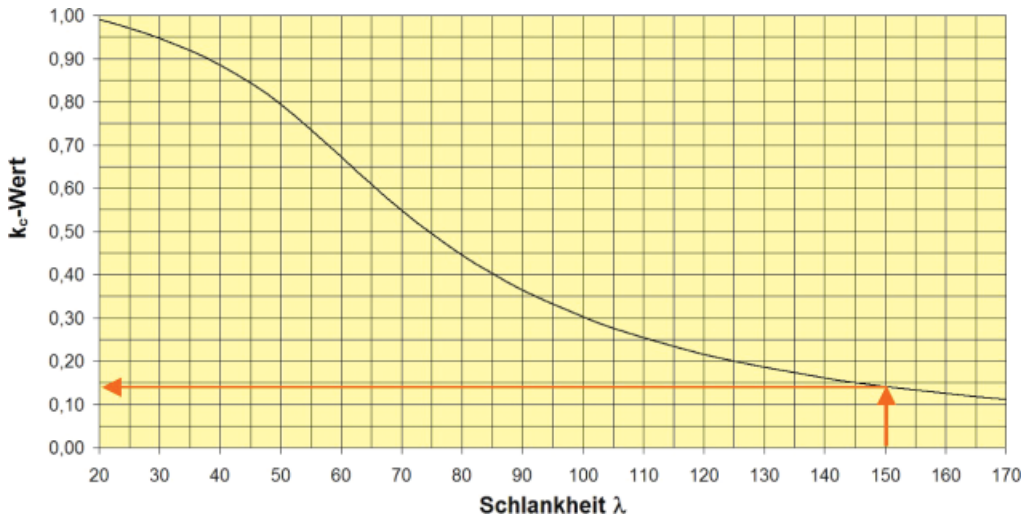


Bild 24. Knickzahlen k_c für Nadelholz C24 und C30 in Abhängigkeit von der Schlankheit λ
 Fig. 24. Coefficient k_c for softwood C24 and C30 dependent on coefficient λ

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,c}^2}}; 1 \right\}$$

$$= \min \left\{ \frac{1}{11,609 + \sqrt{11,609^2 - 4,621^2}}; 1 \right\} = 0,045$$

$$F_d = \frac{N_d}{50} \cdot (1 - k_c) = \frac{30,00}{50} \cdot (1 - 0,045) = 0,57 \text{ kN}$$

$$M_d = 14,80 + 0,57 \cdot \frac{2}{9} \cdot 6,20 = 15,58 \text{ kNm}$$

$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{15,58 \cdot 6 \cdot 10^6}{120 \cdot 240^2 \cdot 16,62} = 0,81 < 1$$

Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit wird hier nicht geführt.

Beispiel 5: Mindeststeifigkeit von Giebelwandstützen und Bemessung der Pfetten, die der Aussteifung von Fachwerkgurten dienen

Der Obergurt eines 20 m weit gespannten Fachwerkträgers (Bild 25) mit dem Querschnitt 220/240 mm aus Brett-schichtholz GL28c soll im Abstand $\ell = 5,00$ m gegen 6,50 m hohe, eingespannte Stahlstützen abgestützt werden. Die Normalkraft im Obergurt beträgt $N_d = -300$ kN.

Die Mindeststeifigkeit der Stützen errechnet sich unter Vernachlässigung des Einflusses der Pfetten und deren Anschlüsse sowie einer möglichen Fundamentverdrehung nach DIN 1052:2008-12, Gl. (10) zu:

$$K_{u,mean} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot E_{0,mean} \cdot I}{a^3}$$

$$= \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 12600 \cdot 240 \cdot 220^3 / 12}{5000^3} = 847,5 \text{ N/mm}$$

Hieraus kann das erforderliche Flächenmoment 2. Grades für den stützenden Stab bestimmt werden.

aus:

$$K = \frac{1}{\delta} = \frac{3 \cdot (E \cdot I)_{St}}{1 \cdot h^3}$$

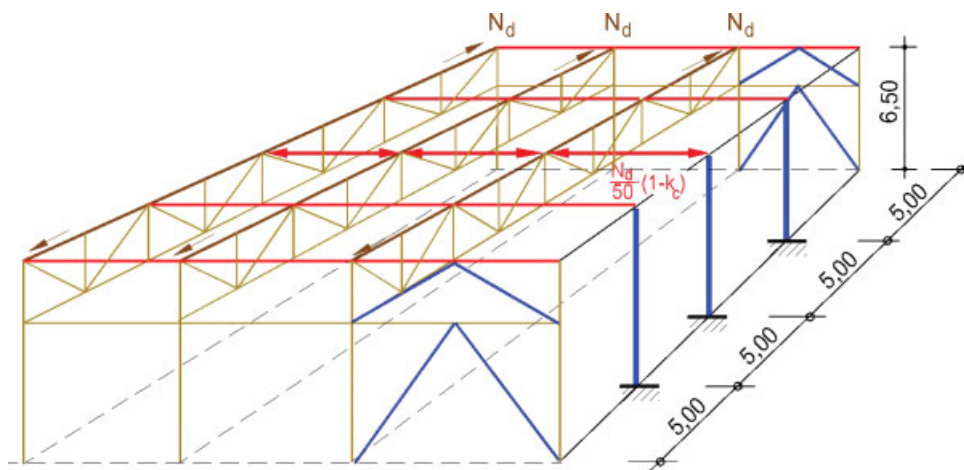


Bild 25. Aussteifung des Obergurtes eines Fachwerkträgers durch eingespannte Stahlstützen
 Fig. 25. Steel bracing structure for truss upper flange

folgt:

$$\text{erf } I = \frac{K_{u,\text{mean}} \cdot h^3}{3 \cdot (E_{St} / \gamma_M)} = \frac{847,5 \cdot 6500^3}{3 \cdot (210000 / 1,1)} = 40638 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 = 40638 \text{ cm}^4$$

gewählt HE-B 360; vorh $I_y = 41360 \text{ cm}^4$.

Bei einer Windlast $Q_{k,w,d} = 2,20 \text{ kN/m}$ beträgt das Biegemoment für den stützenden Stab

$$M_d = 1,50 \cdot 2,20 \cdot 6,50^2 / 2 = 69,71 \text{ kNm}$$

Das erforderliche Widerstandsmoment beträgt:

$$\text{erf. } W = 69,71 \cdot 1000 / 218,2 = 319 \text{ cm}^3.$$

Wird die Durchbiegung der Stütze auf 1/150 der Stützhöhe = 4,3 cm beschränkt, errechnet sich das erforderliche Flächenmoment 2. Ordnung zu:

$$\text{erf } I = \frac{150 \cdot Q_{k,w} \cdot h^3}{4 \cdot E_{St}} = \frac{150 \cdot 2,2 \cdot 6500^3}{4 \cdot 210000} = 10788,8 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 = 10789 \text{ cm}^4$$

Aus der Windlast wird ein Profil HE-B 240 erforderlich.

Die Abstützungen – hier im Bild 25 die Pfetten und die Stützen – sind für die Abstützungslast $F_d = N_d / 80 \cdot (1 - k_c)$ zu bemessen. Der Knickbeiwert k_c ist für den nicht aussteiften Träger zu bestimmen.

$b = 220 \text{ mm}$ (Breite des Obergurtes); $\ell_{ef} = 20 \text{ m} = 20000 \text{ mm}$

$$\lambda = \frac{\ell_{ef}}{0,289 \cdot b} = \frac{20000}{0,289 \cdot 220} = 314,6$$

$$\lambda_{\text{rel},c} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,\text{crit}}}} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{314,6}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{24}{5/6 \cdot 12600}} = 4,788$$

$$k = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},c} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},c}^2 \right] = 0,5 \cdot \left[1 + 0,1 \cdot (4,788 - 0,3) + 4,788^2 \right] = 12,187$$

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel},c}^2}}; 1 \right\} = \min \left\{ \frac{1}{12,187 + \sqrt{12,187^2 - 4,788^2}}; 1 \right\} = 0,043$$

$$F_d = \frac{300}{80} \cdot (1 - 0,043) = 3,59 \text{ kN}$$

Näherungsweise kann $k_c = 0$ angenommen werden.

Bei drei auszusteifenden Obergurten beträgt die Horizontalkraft am Kopf der Stütze:

$$F_{d,\text{ges}} = 3 \cdot 3,59 = 10,77 \text{ kN}$$

Die Schnittkräfte am Fuß der Stütze betragen:

$$M_d = 69,71 + 10,77 \cdot 6,50 = 139,72 \text{ kNm}$$

$$V_d = 1,5 \cdot 2,2 \cdot 6,50 + 10,77 = 32,22 \text{ kN}$$

$$N_d = -92,4 \text{ kN}$$

3.2.2.2 Abstützungen auf Verbände

Bei der Abstützung von auf Druck oder Biegedruck beanspruchten Stäben durch Verbände muss die Verformung der Stäbe im Zusammenwirken mit dem Stabilisierungsverband betrachtet werden.

Aus der theoretischen Ableitung (z. B. in [12]) erhält man für eine gleichmäßig verteilte Streckenlast die Gleichung:

$$q_d = \frac{n \cdot N_d}{k_N \cdot \ell}$$

n Anzahl der auszusteifenden Binder

N_d Druckkraft im auszusteifenden Stab

ℓ Länge des auszusteifenden Stabes = Stützweite des Aussteifungsverbandes

mit dem Beiwert

$$k_N = \frac{\ell}{8 \cdot (e + \gamma_1 \cdot f)}$$

und

e Vorkrümmung des Stabes

$\gamma_1 \cdot f$ Durchbiegung des Aussteifungsverbandes

Einheiten: N_d [kN]; ℓ [m], q_d [kN/m]

Das Diagramm im Bild 27 gibt den Zusammenhang zwischen dem Vorverkrümmungsverhältnis, der Verbandsdurchbiegung und dem Beiwert k_N wieder.

Die Seitenlast kann in Abhängigkeit von den Steifigkeiten (Seiten- und Torsionssteifigkeit des Trägers, Steifigkeit des Verbandes) berechnet werden. Als Vorkrümmung ist nach DIN 1052:2008-12, Abschnitt 8.5.2 das Maß $e = 0,0025 \cdot \ell$ anzusetzen. Die Durchbiegung der Aussteifungs-

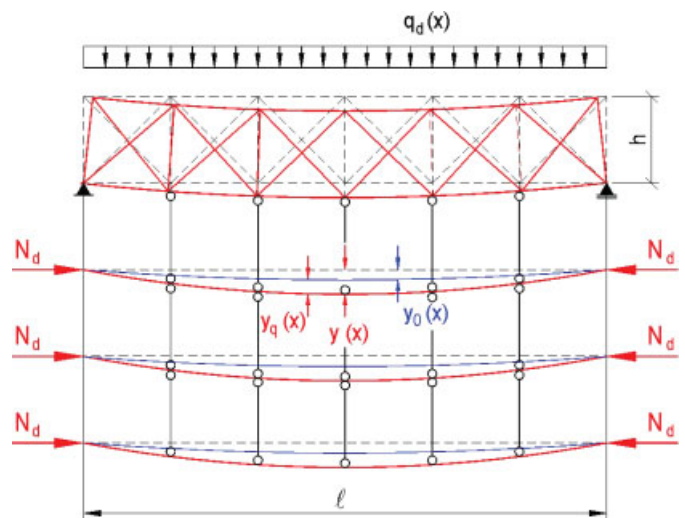


Bild 26. Infolge Imperfektionen seitlich ausgebogene Gurte $y_0(x)$ mit Druckkräften N_d und Verformungen aus der Belastung $y_q(x)$

Fig. 26. Lateral deflection of flanges due to imperfections

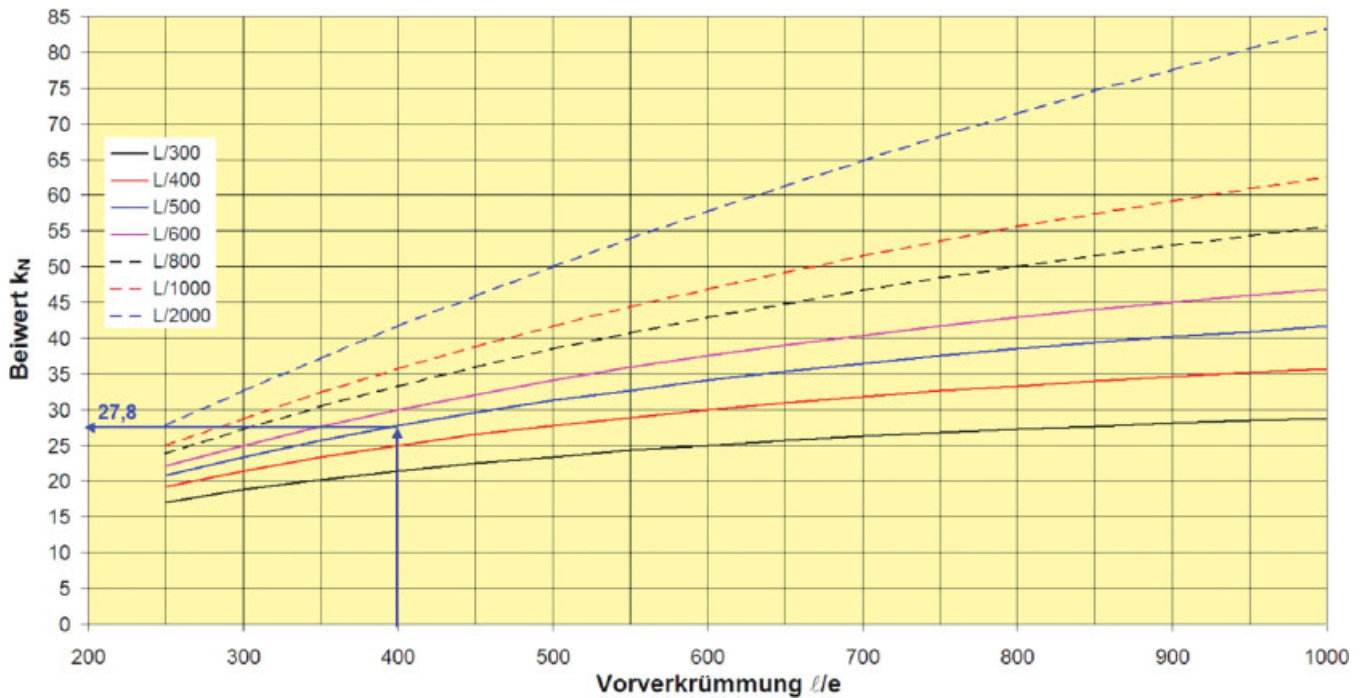


Bild 27. Zusammenhang zwischen dem Vorkrümmungsverhältnis, der Verbandsdurchbiegung und dem Beiwert k_N
 Fig. 27. Coefficient k_N dependent on relationship l/e and deflection limit

verbände darf unter den äußeren Einwirkungen und den Stabilisierungslasten nicht mehr als $l/500$ betragen. Bei der Berechnung der Durchbiegung sind die Steifigkeitswerte und die Verschiebungsmoduln nach Gl. (4) und Gl. (5) der DIN 1052:2008-12

$$E = \frac{E_{0,mean}}{\gamma_M}; G = \frac{G_{mean}}{\gamma_M}; K = \frac{K_{u,mean}}{\gamma_M}$$

zu verwenden.

Für die Vorkrümmung $e = 0,0025 \cdot \ell = \ell/400$ und die Verbandsdurchbiegung $f = \ell/500$ (unter γ -facher Last) ergibt sich aus der obenstehenden Gleichung bzw. dem Bild 27 ein Beiwert $k_N = 27,8$. In der Norm wurde in Gl. (16) ein Beiwert $k_N = 30$ eingesetzt. Wird nun die Gesamtsteifigkeit des Stabes und geringere Vorkrümmungen bei größeren Stützweiten berücksichtigt, erhält man die Gleichung:

$$q_d = k_\ell \cdot \frac{n \cdot N_d}{30 \cdot \ell}$$

(DIN 1052:2008-12 Gl. (16))

mit

$$k_\ell = \min \left\{ 1; \sqrt{\frac{15}{\ell}} \right\}$$

$$Q_d = q_d \cdot \frac{\ell}{2}$$

n Anzahl zu stabilisierender Binder

N_d ist je nach System (Biegeträger oder Fachwerkstab) gesondert zu ermitteln.

Einheiten: N_d [kN]; ℓ [m], q_d [kN/m] und Q_d [kN]

Die Stabilisierungskräfte q_d und Q_d bilden eine Gleichgewichtsgruppe.

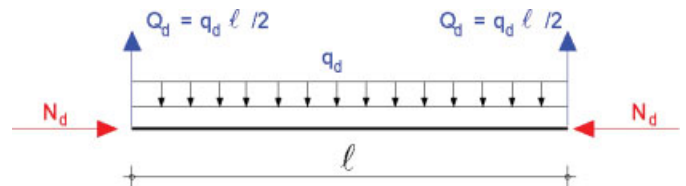


Bild 28. Belastungen N_d , q_d und Auflagerkräfte Q_d an einem Stab
 Fig 28. Load N_d , q_d and reaction at support Q_d on a member

Die Stabilisierungslast q_d ist von der Anzahl der Binder, von der Normalkraft in den Bindern und der Stützweite abhängig.

In den Abschnitten 8.2.2 und 8.2.3 der DIN 1052:2008-12 werden vereinfachte Berechnungen nach dem Ersatzstabverfahren angegeben. Diese werden auch hier verwendet.

Bei Einfeldträgern mit Kragarm oder bei mehrfeldrigen Systemen verringert sich die rechnerische Stützweite ℓ des Verbandes; damit vergrößert sich die Stabilisierungslast q_d .

Berechnung von N_d für druckbeanspruchte Bauteile (Druckstäbe)

Zur Ermittlung der Stabilisierungslast ist bei Fachwerkstäben der Mittelwert der Normalkräfte im Bereich der Stützweite des Verbandes zu bilden.

$$N_d = \frac{\sum_{i=1}^i N_i}{i}$$

i Anzahl der Stäbe im Bereich der Stützweite des Verbandes

Beispiel 6: Druckkraft N_d bei einem Fachwerkgurt

Die Normalkraft N_d beträgt für den im Bild 29 dargestellten Bindergurt

$$N_d = (58,0 + 60,9 + 75,0)/3 = 64,6 \text{ kN.}$$

Berechnung von N_d für biegebeanspruchte Bauteile (Biegeträger)

Bei den Biegeträgern wird die Normalkraft N_d aus dem Biegemoment, dem Kippbeiwert und der Trägerhöhe bestimmt.

Aus dem Bemessungswert des maximalen Biegemoments und der Trägerhöhe wird eine Normalkraft berechnet, die mit dem Kippbeiwert des Trägers verknüpft wird.

Bei Bindern mit linear veränderlichen Querschnittshöhen (z. B. Satteldachträgern) dürfen nach DIN 1052: 2008-12, Abschnitt 8.4.3 (4) die Querschnittswerte im Abstand des 0,65-fachen der Stablänge vom Stabende mit dem kleineren Querschnitt zusammen mit dem Größtwert des Biegemomentes dem Nachweis zugrunde gelegt werden (Bild 31).

Für den Träger nach Bild 31 ist bei der Ermittlung des Kippbeiwertes die Trägerhöhe anzusetzen mit:

$$h = h_A + 0,65 \cdot (h_m - h_A)$$

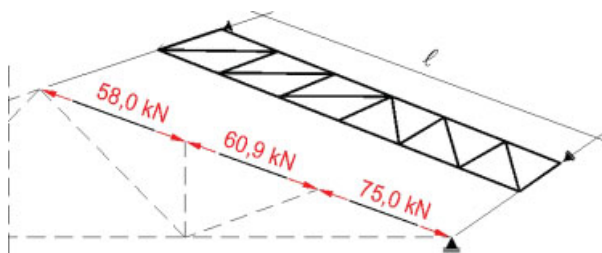


Bild 29. Druckkräfte im Binderobergurt und Verband mit der Stützweite l

Fig. 29. Compressive Forces in truss upper flange

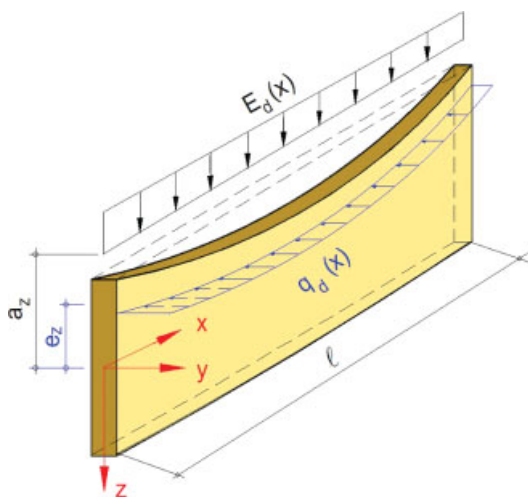


Bild 30. Oben seitlich ausgebogener Brettschichtträger mit lotrechter Belastung $E_d(x)$ und Seitenlast (Stabilisierungslast) $q_d(x)$

Fig. 30. Lateral deflection on the upper flange of glued laminated timber beam

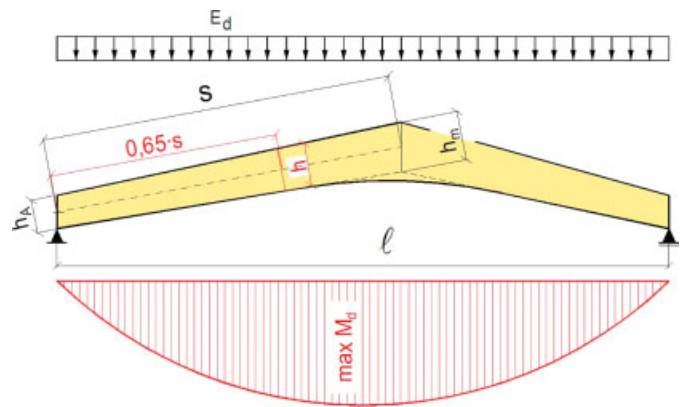


Bild 31. Maßgebende Binderhöhe für die Bestimmung des Kippbeiwertes k_m an einem unsymmetrischen Satteldachträger

Fig. 31. Truss height for calculation the coefficient k_m on a nonsymmetrical pitched beam

Beispiel 7: Ermittlung der Seitenlasten q_d für einen Binder mit veränderlichem Querschnitt

Für den in Bild 32 dargestellten Binder aus Brettschichtholz der Festigkeitsklasse GL24c soll die Seitenlast q_d bestimmt werden.

$$\max M_d = \frac{1}{8} \cdot 17,2 \cdot 18,00^2 = 696,6 \text{ kNm}$$

rechnerische Höhe für den Kippnachweis

$$h = [h_A + 0,65 \cdot (h_m - h_A)] / \cos 10,68^\circ = [870 + 0,65 \cdot (1300 - 870)] / \cos 10,68^\circ = 1170 \text{ mm}$$

Kippschlankheit

$$\begin{aligned} \lambda_{rel,m} &= \lambda_{rel,m}^* \cdot \frac{\sqrt{\ell_{ef} \cdot h}}{b} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{1,4 \cdot E_{0,05} \cdot G_{05}}} \\ &= \frac{\sqrt{18000 \cdot 1170}}{160} \cdot \sqrt{\frac{24}{\pi \cdot \sqrt{1,4 \cdot (5/6 \cdot 11600) \cdot (5/6 \cdot 590)}}} \\ &= 1,56 \\ \Rightarrow k_m &= \left(\frac{1}{2,78}\right)^2 = 0,411 \end{aligned}$$

Das Produkt $E_{0,05} \cdot G_{05}$ darf neuerdings nach DIN 1052: 2008-12 Abschnitt 10.3.2 (4) bei Biegestäben aus Brettschichtholz mit dem Faktor 1,4 multipliziert werden. Diese Erhöhung der Steifigkeitswerte ist bei $\lambda_{rel,m}^*$ in [3] im Teil 3 Tabelle 3; Bautechnik 85 (2008), Heft 4, Seite 271 nicht berücksichtigt.

$$N_d = (1 - k_m) \cdot \frac{M_d}{h} = (1 - 0,411) \cdot \frac{696,6}{1,17} = 350,7 \text{ kN}$$

$$k_\ell = \min \left\{ 1; \sqrt{\frac{15}{\ell}} \right\} = \min \left\{ 1; \sqrt{\frac{15}{18}} \right\} = 0,913$$

$$q_{1,d} = k_\ell \cdot \frac{n \cdot N_d}{30 \cdot \ell} = 0,913 \cdot \frac{350,7}{30 \cdot 18,00} = 0,59 \text{ kN/m}$$

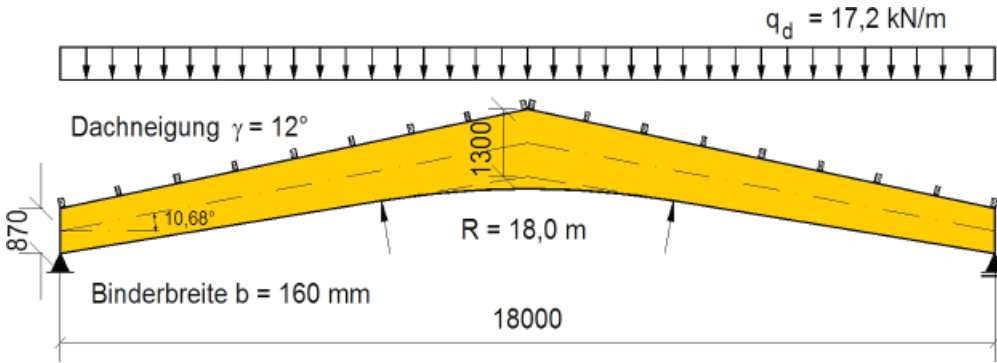


Bild 32. Querschnitt und Belastung eines Hallenbinders (Längen- und Höhenmaße in mm)
 Fig. 32. Geometry of the pitched beam

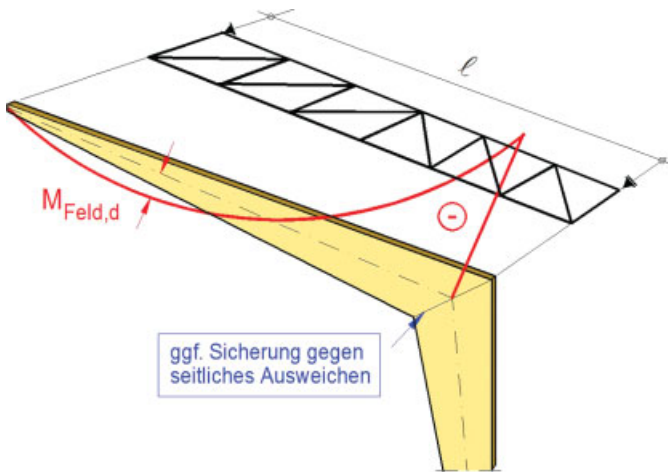


Bild 33. Für die Ermittlung der Seitenlast maßgebendes Biegemoment im Riegel eines Hallenrahmens
 Fig. 33. Bending moment for calculation of lateral load in hall frames

Berechnung von N_d bei Biegebeanspruchung mit wechselndem Vorzeichen

Wechselt das Biegemoment im Verlauf des Stabes das Vorzeichen (z. B. bei Rahmentragwerken oder Durchlaufträgern) und ist der Obergurt durch Verbände seitlich abgestützt, kann die Stabilisierungslast mit dem Feldmoment $M_{Feld,d}$ ermittelt werden.

Berechnung von N_d bei Biegung und Normalkraft

Die Norm enthält keine Regelungen für Bauteile, die gleichzeitig auf Druck- und Biegung beansprucht werden. Auf der sicheren Seite liegend können die Normalkräfte in diesem Fall aus der Druck- und der Biegebeanspruchung addiert werden.

$$N_{komb,d} = (1 - k_m) \cdot \frac{M_d}{h} + N_d$$

M_d Bemessungswert des Biegemomentes
 N_d Mittelwert des Bemessungswertes der Normalkraft

Die Seitenlast q_d wird mit dieser kombinierten Normalkraft $N_{komb,d}$ ermittelt.

Bei starrer Verbindung der Trägerenden nach Bild 34 bleiben die Stabilisierungskräfte als innere Kräfte in der Dachfläche. An den Traufen sind nur die Auflagerkräfte

aus den äußeren Einwirkungen (Wind, Schrägstellungen, Stoßkräfte) abzuleiten. Eine starre Verbindung der Trägerenden liegt vor, wenn die Verbindung – einschließlich evtl. vorhandener Stöße und Anschlüsse – für die 1,5-fache Kraft bemessen werden.

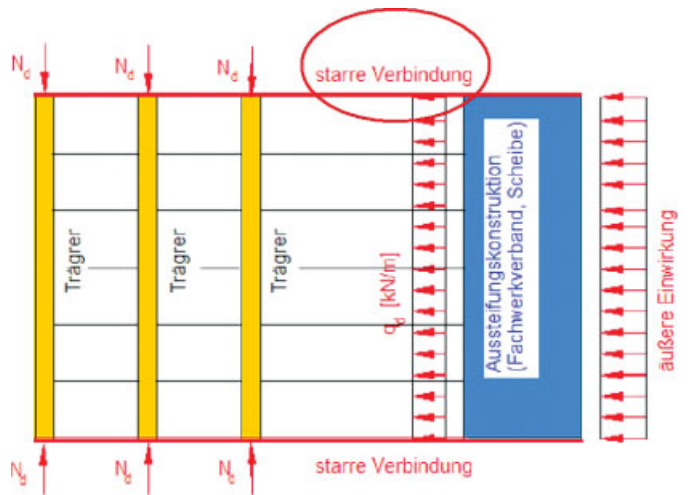


Bild 34. Aussteifung der Druckgurte von Biege- oder Fachwerkträgern
 Fig. 34. Bracing structure for the compression flange of flexural girder or trusses

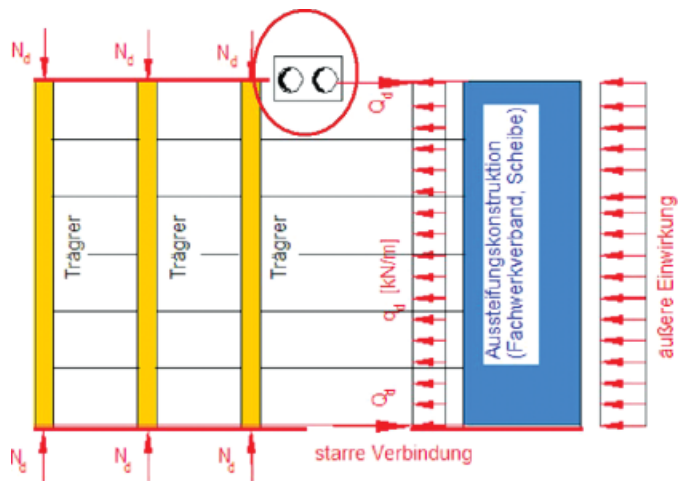


Bild 35. Unterbrochene Verbindung der Auflagerpunkt
 Fig. 35. Joint defect between girders

Werden die Endpunkte der Stäbe mit der Aussteifungskonstruktion miteinander verbunden, gleichen sich die Kräfte aus. Wird die Verbindung der Traufen, wie im Bild 35 dargestellt, auch nur auf einer Seite unterbrochen, sind die Auflagerkräfte aus den Stabilisierungslasten q_d und den äußeren Einwirkungen abzuleiten.

Literatur

- [1] Lißner, K., Rug, W., Steinmetz, D.: DIN 1052:2004-08 Neue Grundlagen für Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken, Teil 1: Material- und Werkstoffverhalten. Bautechnik 84 (2007), H. 8, S. 544–558.
- [2] Lißner, K., Rug, W., Steinmetz, D.: DIN 1052:2004-08 Neue Grundlagen für Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken, Teil 2: Anwendungsbereich und holzbauspezifische Grundlagen des neuen Sicherheitskonzeptes. Bautechnik 85 (2008), H. 1, S. 1–17.
- [3] Lißner, K., Rug, W., Steinmetz, D.: DIN 1052:2004-08 Neue Grundlagen für Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken, Teil 3: Bemessung von einteiligen Holzbauanteilen. Bautechnik 85 (2008), H. 4, S. 258–276.
- [4] Lißner, K., Rug, W., Steinmetz, D.: DIN 1052:2004-08 Neue Grundlagen für Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken, Teil 4 (I) Bemessung von stiftförmigen und sonstigen mechanischen Verbindungsmitteln. Bautechnik 85 (2008), H. 11, S. 752–768.
- [5] Lißner, K., Rug, W., Steinmetz, D.: DIN 1052:2004-08 Neue Grundlagen für Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken, Teil 4 (II) Bemessung von stiftförmigen und sonstigen mechanischen Verbindungsmitteln. Bautechnik 85 (2008), H. 12, S. 844–854.
- [6] Lißner, K., Felkel, A., Hemmer, K., Radovic, B., Rug, W., Steinmetz, D.: DIN 1052 Praxishandbuch Holzbau (BDZ., Hrsg.), Beuth- und WEKA-Verlag, Berlin/Augsburg 2005.
- [7] Rug, W., Mönck, W.: Holzbau; 15. Auflage, Verlag Bauwesen, Berlin 2007; (www.holzbau-statik.de).
- [8] Werner, G., Zimmer, K.: Holzbau Teil 1 und 2; 4. bzw. 3. Auflage, neubearbeitet von Zimmer, K. und Lißner, K., Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 2009/2005.
- [9] Blaß, H., Ehlbeck, J., Kreuzinger, H., Steck, G.: Erläuterungen zu DIN 1052:2008-12, DGfH, 2. Auflage, München 2005.
- [10] Kreuzinger, H.: Aussteifungskonstruktionen im baulichen Gesamtzusammenhang; Tagungsband Karlsruher Tage 2004.
- [11] Möhler, K., Schelling, W.: Zur Bemessung von Knickverbänden und Knickaussteifungen im Holzbau. Der Bauingenieur 43 (1968), Heft 2, S. 43–48.
- [12] Brüninghoff, H. u. a.: INFORMATIONSDIENST HOLZ; EGH Bericht Entwicklungsgemeinschaft Holzbau in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung: Verbände und Abstützungen – Grundlagen und Regelnachweise
Verbände und Abstützungen – genauere Nachweise – allgemeine Informationen
Verbände und Abstützungen – Teil 2: genauere Nachweise – komplette Fassung.
- [13] Brüninghoff, H. u. a.: INFORMATIONSDIENST HOLZ; EGH Bericht Entwicklungsgemeinschaft Holzbau in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung: holzbau-handbuch, Reihe 2, Teil 12, Folge 3; Aussteifungen von NP-Konstruktionen.
- [14] Gerold, M., Steinmetz, D.: Anforderungen an Konstruktion und Bemessung von Nagelplattentragwerken aus der Sicht des Prüfeningenieurs. Tagungsband Arbeitstagung der Prüfeningenieure BW 2001 in Freudenstadt.
- [15] Kollbrunner, C. F., Meister, M.: Knicken, Biegedrillknicken, Kippen, Springer-Verlag 2. Auflage 1961.
- [16] Schleicher, F.: Taschenbuch für Bauingenieure, 1. Band 2. Auflage, Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg 1955.
- [17] Milbrandt, E.: INFORMATIONSDIENST HOLZ; EGH Bericht Entwicklungsgemeinschaft Holzbau in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung: holzbau-handbuch, Reihe 2: Tragwerksplanung, Teil 3: Dachtragwerke, Folge 2: Hausdächer.
- [18] Kessel, M. H., Mertinaschk, A.: Imperfektionsmessungen an Nagelplattenbindern, Forschungsbericht, Universität Braunschweig 2001.
- [19] Neuhaus, H.: Lehrbuch des Ingenieurholzbaus, B. G. Teubner, Stuttgart 1994.

Autoren dieses Beitrages:

Dr.-Ing. Karin Lißner, Ingenieurbüro Lißner, Forststraße 35, 01099 Dresden
Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Rug, Ingenieurbüro Prof. Rug, Wilhelmstraße 25, 19322 Wittenberge
Prof. Dipl.-Ing. Dieter Steinmetz, SUS-Ingenieure GmbH, Pforzheimer Straße 53, 76275 Ettlingen

(Fortsetzung in Heft 8/2009)