

DIN 1052:2004 – Neue Grundlagen für Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken

Teil 3: Bemessung von einteiligen Holzbauteilen

Es werden die Nachweise für die Grenzzustände der Tragfähigkeit für einteilige Holzbauteile unter Zug-, Druck- und Biegebeanspruchung beschrieben.

DIN 1052:2004 – New basics for design, calculation and dimensioning of timber structures, Part 3: Ultimate limit states design method of Timber elements. *This Article describes the verification of load bearing safety for timber elements, which are stressed from tension, compression and bending according to the ultimate limit state design method.*

1 Grundsätzliches

Der Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit erfolgt durch den Quotienten aus dem Bemessungswert einer Spannung (σ , τ) und dem Bemessungswert der entsprechenden Festigkeit:

$$\frac{\sigma_{x,d}}{f_{x,d}} \leq 1$$

$\sigma_{x,d}$ Bemessungswert der Spannung aus den Einwirkungen (Beanspruchung)

$f_{x,d}$ Bemessungswert der Festigkeit (Beanspruchungsfähigkeit)

Die Bemessungswerte der Spannungen werden nach den Regeln der technischen Mechanik aus den Schnittkräften und den Widerständen ermittelt. Die Bemessungswerte der

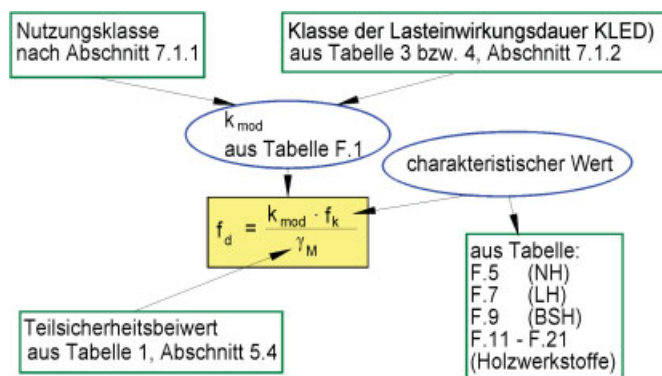


Bild 1. Ermittlung des Bemessungswertes der Festigkeit nach DIN 1052:2004

Fig. 1. Calculation of design values of strength according DIN 1052:2004

Festigkeiten erhält man aus den charakteristischen Festigkeiten, dem Modifikationsbeiwert k_{mod} und dem Teilsicherheitsbeiwert γ_M (siehe Bild 1).

2 Beanspruchung durch Zug parallel zur Faserrichtung

Die Nachweisbedingung lautet nach DIN 1052:2004, Gl. (43):

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{F_{t,d}}{A_n \cdot f_{t,0,d}} \leq 1$$

mit

$F_{t,d}$ Bemessungswert der Zugkraft

A_n Nettobläche (siehe Bilder 2 und 3)

$f_{t,0,d}$ Bemessungswert der Zugfestigkeit in Faserrichtung

Bei einseitig beanspruchten Zugstäben bzw. Laschen tritt infolge der einseitigen Belastung zusätzlich zur Zugkraft noch ein Biegemoment auf (Bild 4). Dieses wird durch eine Minderung der Zugfestigkeit berücksichtigt.

Bei Zugverbindungen, bei denen die Verkrümmung der einseitig beanspruchten Teile vermieden wird, so z. B. durch Verbindungsmittel, mit denen am Ende der Verbindung eine Zugkraft quer zur Anschlussrichtung aufgenommen werden kann (z. B. bei Anschlüssen mit Schrauben, Bolzen, Passbolzen und nicht vorgebohrten Nägeln, oder bei Anschlüssen mit zusätzlichen Klemmbolzen – s. Bilder 5 und 6) ist der Bemessungswert der Zugfestigkeit des Holzwerkstoffes nach DIN 1052:2004, Abschnitt 11.1. 2(1) um 1/3 abzumindern:

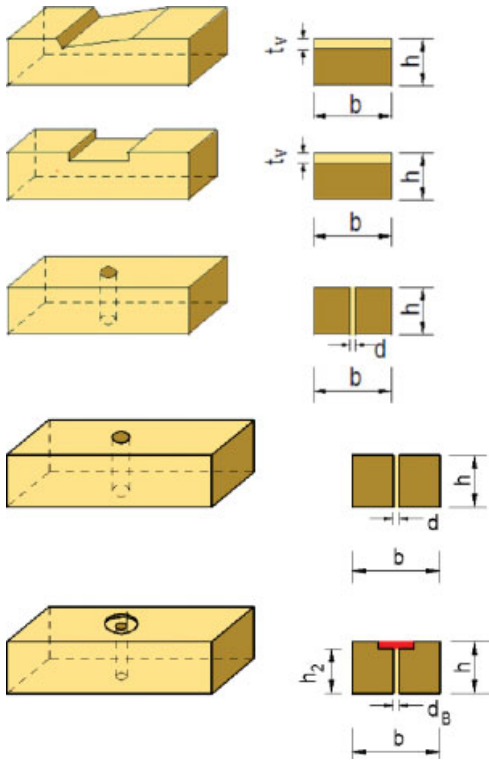
$$f_{t,0,d,e1} = \frac{2}{3} \cdot f_{t,0,d}$$

Die Verkrümmung wird auch durch Verbindungsmittel vermieden, die zusätzlich am Ende der Verbindung angeordnet werden und eine Zugkraft quer zur Anschlussrichtung aufnehmen können (z. B. bei Anschlüssen mit Schrauben, Bolzen, Passbolzen und nicht vorgebohrten Nägeln oder bei Anschlüssen mit zusätzlichen Klemmbolzen).

Die ausziehfesten Verbindungsmittel sind nach DIN 1052:2004, Gl. (138) für eine in Richtung der Stiftachse wirkende Zugkraft

$$F_{t,d} = \frac{F_d \cdot t}{2 \cdot n \cdot a}$$

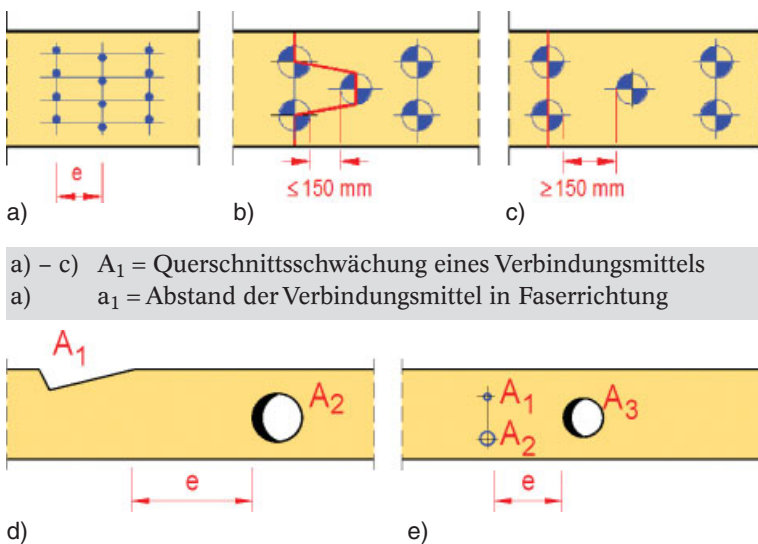
zu bemessen – siehe Beispiel 1.



Querschnittsschwächungen

Versatzflächen, Einschnitte $\Delta A = b \cdot t_v$
 Passbolzen, Stabdübel, Schrauben mit $d \geq 8$ mm (ohne Vorbohrung), Nägel mit $d \geq 6$ mm (vorgebohrt) $\Delta A = d \cdot h$
 vorgebohrte Schrauben; vorgebohrte Nägel; nicht vorgebohrte Nägel mit $d > 6$ mm $\Delta A = d \cdot h$
 Bolzen $\Delta A = (d_B + 1 \text{ mm}) \cdot h$
 Dübel besonderer Bauart ΔA nach DIN 1052:2004 Tabelle 16 zuzüglich $(d_B + 1 \text{ mm}) \cdot h_2$
 $h_2 = h - h_e$, h_e aus DIN 1052:2004 Tabellen G.14–G.22

Bild 2. Fehlflächen bei Ausklinkungen und Bohrungen
 Fig. 2. Defective areas from notches and drilled holes



a) – c) A_1 = Querschnittsschwächung eines Verbindungsmittels
 a) a_1 = Abstand der Verbindungsmittel in Faserrichtung

Unsymmetrische Aussparungen erzeugen ungleichmäßige Spannungserhöhungen

Bild 3. Fehlflächen bei hintereinanderliegenden Querschnittsschwächungen und Spannungsverteilung bei mittigen und außermittigen Querschnittsschwächungen (schematisch)
 Fig. 3. Defective areas from reduction of cross-sections and stress curves

- mit
 F_d Normalkraft in der einseitig beanspruchten Lasche (Stab)
 n Anzahl der zur Übertragung der Scherkraft in Richtung der Kraft F_d hintereinander angeordneten Verbindungsmittel, ohne die zusätzlichen ausziehfesten Verbindungsmittel
 t Dicke der Lasche (Stab)
 a Abstand der auf Herausziehen beanspruchten Verbindungsmittel von der nächsten Verbindungsmittelreihe

Werden keine Maßnahmen ergriffen, die zur Vermeidung der Verkrümmung führen, z. B. ein Zugstoß nur mit Stabdübeln ausgeführt, ist nach DIN 1052:2004, Abschnitt 11.1.2(4) der Bemessungswert der Zugfestigkeit um 60 % abzumindern:

$$f_{t,0,d,e2} = 0,4 \cdot f_{t,0,d}$$

Beispiel 1: Nachweis der Tragfähigkeit für einen Zugstab im Stoßbereich (siehe Bild 7)
 Nutzungsklasse 2; KLED „mittel“
 DIN 1052:2004 Tabelle F.1 $\Rightarrow k_{mod} = 0,8$
 NH C24 Tabelle F.5 $\Rightarrow f_{t,0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$

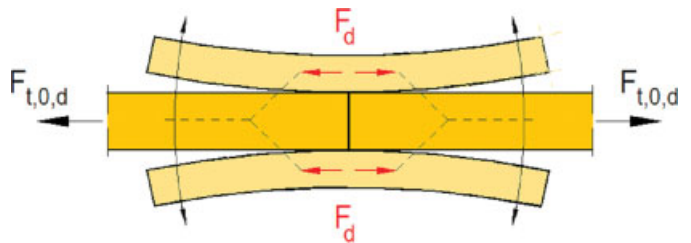


Bild 4. Einseitig beanspruchte Laschen bei einem Zugstoß
 Fig. 4. Tension joint stressed from one side

hintereinanderliegende Querschnittsschwächungen

Bild a): für $e < a_1/2$ alle Reihen abziehen; auch bei nicht versetzten Verbindungsmitteln

Bild b): 2 Reihen abziehen $\Delta A = 3 \times A_1$

Bild c): 1 Reihe abziehen

$\Delta A = 2 \times A_1$
 $e \leq 150 \text{ mm}$
 $\Delta A = A_1 + A_2$
 $e > 150 \text{ mm}$
 $\Delta A = A_1$ oder A_2

Bild e): $e \leq 150 \text{ mm}$
 $\Delta A = A_1 + A_2 + A_3$
 $e > 150 \text{ mm}$
 $\Delta A = A_1 + A_2$ oder A_3

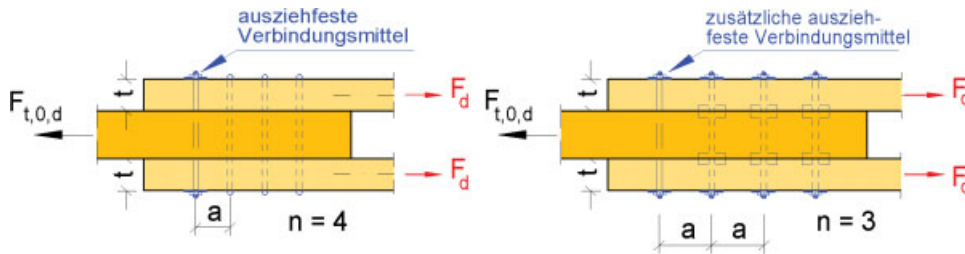


Bild 5. Maßnahmen zur Vermeidung der Verkrümmung einseitig beanspruchter Bauteile bei Zuganschlüssen (DIN 1052:2004, Bild 31)

Fig. 5. Joints stressed from one side and steps to prevent deformations

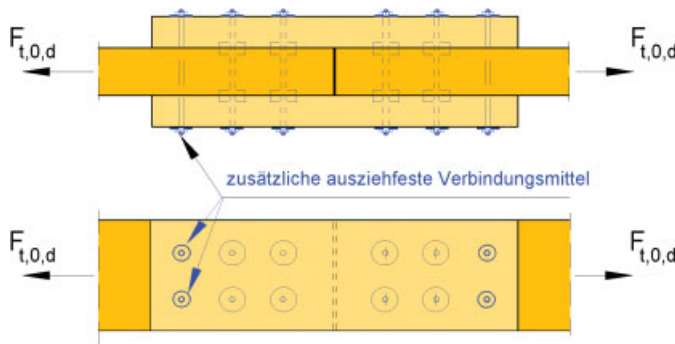


Bild 6. Zugstoß mit Dübeln besonderer Bauart und zusätzlichen Klemmbolzen

Fig. 6. Tension joint with dowels and additional bolts

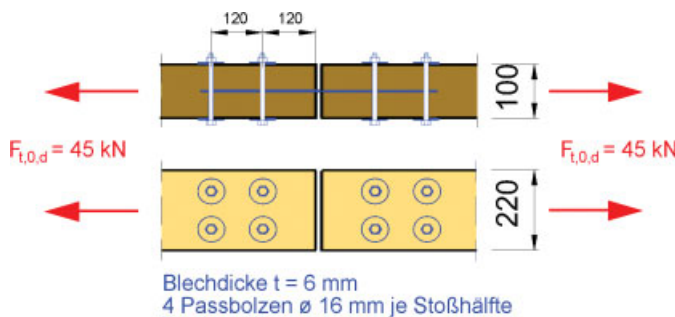


Bild 7. Zugstoß mit eingeschlitztem Stahlblech und 4 Passbolzen

Fig. 7. Tension joint with a steel plate and 4 bolts

Bemessungswert der Festigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (3)

$$f_{t,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{t,0,k}}{\gamma_M} = \frac{2}{3} \cdot \frac{0,8 \cdot 14}{1,3} = 5,74 \text{ N/mm}^2$$

Berechnung Nettofläche

$$A_n = [b \cdot h - (t_{Blech} + 2) \cdot h - 2 \cdot d_{pb} \cdot (b - (t_{Blech} + 2))] \\ = [100 \cdot 220 - (6 + 2) \cdot 220 - 2 \cdot 16 \cdot (100 - (6 + 2))] \\ = 17296 \text{ mm}^2$$

(Schlitzbreite = Blechdicke + 2 mm Toleranz)

Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (43)

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{F_{t,0,d}}{A_n \cdot f_{t,0,d}} = \frac{45000}{17296 \cdot 5,74} = 0,45 < 1$$

Beanspruchung der Verbindungsmittel nach DIN 1052:2004 Gl. (138)

$$F_{t,d} = \frac{F_d \cdot t}{2 \cdot n \cdot a} = \frac{(45000/2) \cdot (100 - 6)/2}{2 \cdot 2 \cdot 120} = 2203 \text{ N}$$

Aus Tabelle 2 erhält man für Passbolzen $\varnothing 16$ mm mit Unterlegscheiben $\varnothing 68$ mm $\Rightarrow R_d = 16,31 \text{ kN} = 16310 \text{ N}$

Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit

$$\frac{F_{t,d}}{R_d} = \frac{2203}{16310} = 0,14 < 1$$

3 Beanspruchung durch Zug unter einem Winkel α zur Faserrichtung

Zugbeanspruchungen unter einem Winkel α ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$) zur Faserrichtung sind allgemein nur für Sperrholz, Brettsperrholz, OSB-Platten und Furnierschichtholz mit Querlagen, nicht aber für Nadel-, Laub- und Brettschichtholz geregelt. Die Sonderfälle, in denen Zugspannungen unter einem Winkel α bei diesen Werkstoffen auftreten (z. B. Ausklinkungen, unten angehängte Lasten, Durchbrüche, Bauteile mit schrägen Rändern usw.), sind in den entsprechenden Abschnitten der Norm geregelt.

Die Nachweisbedingung lautet nach DIN 1052:2004 Gl. (44):

$$\frac{\sigma_{t,\alpha,d}}{k_\alpha \cdot f_{t,0,d}} \leq 1$$

mit Gl. (45) für

$$k_\alpha = \frac{1}{\frac{f_{t,0,d}}{f_{t,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha + \frac{f_{t,0,d}}{f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha}$$

α Winkel zwischen Beanspruchungsrichtung und Faserrichtung bzw. Spanrichtung der Decklagen

Hinweis: Zugbeanspruchungen schräg zur Faserrichtung sind immer mit einer hohen „Querzuggefahr“ verbunden. Diese Beanspruchung ist, wenn sie durch konstruktive Maßnahmen nicht verhindert werden kann, mit besonderer Vorsicht zu betrachten und wird an dieser Stelle nicht weiter behandelt.

4 Beanspruchung durch Druck in Faserrichtung (ohne Knickgefahr)

Bei Stäben, die seitlich gegen Ausweichen kontinuierlich gehalten werden (siehe Bild 8) oder die nur eine geringe

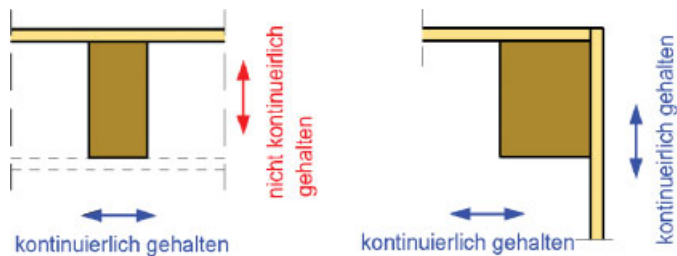


Bild 8. Beispiele für kontinuierlich gehaltene Druckstäbe
Fig. 8. Compression strut with continuous fixing

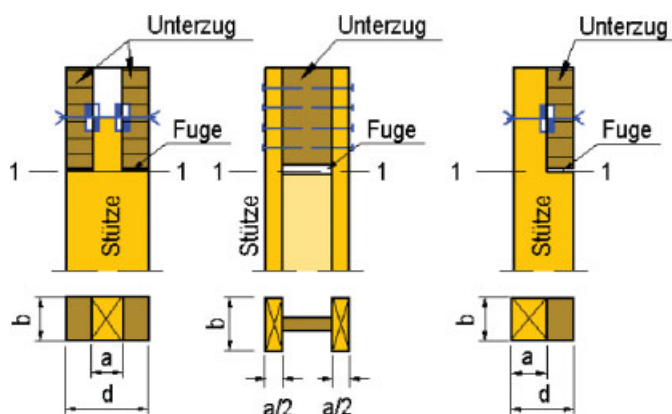
Schlankheit aufweisen, ist in Faserrichtung des Holzes nach DIN 1052:2004, Gl. (46) der gewöhnliche Spannungsnachweis zu führen:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} = \frac{F_{c,0,d}}{A_n \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$$

Dieser Nachweis wird für die „üblichen“ Pfosten nur dann maßgebend, wenn Bohrungen und Einschnitte vorhanden sind, da in der Praxis bei ungeschwächten Querschnitten die Spannung senkrecht zur Faserrichtung – oben an der Kopfrippe, einem Unterzug, einer Pfetten oder dergleichen, unten an der Fußrippe bzw. Schwelle maßgebend wird.

Berücksichtigung von Querschnittsschwächungen

Die Querschnittsschwächung braucht nicht berücksichtigt zu werden, wenn die Fehlfläche durch ein Material satt ausgefüllt wird, dessen Elastizitätsmodul gleich oder größer als der des Stabs ist. Dies ist z. B. der Fall, wenn die Faserrichtung des Füllholzes parallel zur Faserrichtung der Stützen verläuft oder bei Einbau von Stahlteilen (siehe Bild 9).



maßgebende Querschnitte

$A_n = a \cdot b$ bei kraftschlüssigem Anschluss der Unterzüge an die Stützen

Bild 9. Beispiele für maßgebende Querschnitte im Kräfteleitungsbereich
Fig. 9. Examples for stressed areas in compressed struts

5 Beanspruchung durch Druck in Faserrichtung (mit Knickgefahr)

Nachweise für Stäbe nach dem Ersatzstabverfahren

Bei auf Druck beanspruchten Bauteilen ist der Einfluss einer Laststeigerung sowie der Imperfektionen (Krümmung,

ungewollte Ausmitte, Schrägstellungen) auf die Schnittkräfte der Bauteile zu berücksichtigen. Bei den üblichen Tragwerken vergrößern sich z. B. beim Nachweis nach Theorie II. Ordnung die Biegemomente und die Querkkräfte ($M^{II} > M^I$; $V^{II} > V^I$). Die Normalkräfte ändern sich nur geringfügig. Statt des Nachweises nach Theorie II. Ordnung darf nach DIN 1052:2004 der Einfluss beim Knicken und beim Kippen des Stabs das Ersatzstabverfahren angewendet werden. Beim Ersatzstabverfahren werden die Schnittkräfte nach der Theorie I. Ordnung ermittelt. Der Einfluss der Imperfektionen und der Materialeigenschaften wird beim Nachweis der Beanspruchung durch eine Vergrößerung der Normalkraft berücksichtigt (früher $\omega \cdot N$; heute F_c/k_c).

Die Schnittkräfte Biegemoment M , Normalkraft F und Querkraft V werden unverändert aus der Berechnung übernommen.

Je nach statischem System und Halterung können in den Hauptrichtungen eines Bauteils unterschiedliche Knicklängen auftreten. Die Untersuchung ist für beide Richtungen des Querschnittes zu führen.

Nachweis der Knicksicherheit (planmäßig mittiger Druck) bei einteiligen Querschnitten

Zum Nachweis der Knicksicherheit bei mehrteiligen Druckstäben siehe [3] bis [5].

Der Knicksicherheitsnachweis nach dem Ersatzstabverfahren für Bauteile, die nur durch eine Längskraft F_d beansprucht werden, lautet nach DIN 1052:2004, Gl. (63):

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} = \frac{F_{c,d}}{A_n \cdot k_c \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$$

mit

$F_{c,d}$ Druckkraft

A_n Nettoquerschnitt

sowie den Gln. (64) bis (66)

$$k_c = \min \left\{ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}^2}} ; 1 \right\}$$

$$\lambda_{rel,c} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit}}} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

$$k = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,c} - 0,3) + \lambda_{rel,c}^2]$$

mit

$\beta_c = 0,2$ für Vollholz und Balkenschichtholz

$\beta_c = 0,1$ für Brettschichtholz und Holzwerkstoffe

Die Knicklänge wird in DIN 1052:2004 als wirksame Länge λ_{ef} (früher s_k) bezeichnet. Sie kann aus DIN 1052:2004, Anhang E Tabelle E.1 oder der einschlägigen Literatur entnommen werden.

Der Einfluss der Nachgiebigkeit der Anschlüsse ist bei der Ermittlung der Knicklänge zu berücksichtigen, wenn sich die Schnittgrößen im Grenzzustand der Tragfähigkeit gegenüber der mit starren Anschlüssen um mehr als 10 % ändert. Bei schlanken Querschnitten ($\lambda > 80$) entspricht einer Erhöhung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit von 10 % eine Vergrößerung der Knicklänge von etwa 5 %.

Falls die Schlankheit nicht schon im Zuge des Konstruierens zuverlässig abgeschätzt und eingeordnet werden kann, ist der Einfluss der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel (Dehn- und Drehsteifigkeit) sowie des Baugrundverhaltens bei der Ermittlung der Knicklänge zu beachten.

Die Schlankheit λ wird aus der Knicklänge und dem Trägheitsradius ermittelt:

$$\lambda = \frac{\ell_{ef}}{i} \quad \text{mit } i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Der charakteristische Wert der Druckfestigkeit und des 5 %-Quantilwerts des Elastizitätsmoduls sind den entsprechenden Tabellen in DIN 1052:2004, Anhang F zu entnehmen.

Der Knickbeiwert k_c für Laubholz kann aus Bild 10 entnommen werden (weitere Diagramme siehe [3]). Bemessungswerte der Tragfähigkeit von quadratischen Holzstützen aus Nadelholz enthält die Tabelle 1 (weitere Tragfähigkeitstabellen in [3]).

Beispiel 2: Nachweis einer Stütze aus Eichenholz (siehe Bild 11)

aus DIN 1052:2004, Tabelle F.7; $f_{c,0,k} = 23,0 \text{ N/mm}^2$; $E_{0,mean} = 10000 \text{ N/mm}^2$; $E_{0,05} = 5/6 \cdot 10000 = 8333 \text{ N/mm}^2$
 Bemessungswert der Festigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (3)

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 23}{1,3} = 14,15 \text{ N/mm}^2$$

Bezogene Schlankheit und Knickbeiwert nach DIN 1052:2004 Gl. (64) bis Gl. (66)

$$\ell_{ef} = 4,50 \text{ m} \quad i_{min} = 40,4 \text{ mm} \Rightarrow \lambda = \frac{4500}{40,4} = 111,4$$

$$\lambda_{rel,c} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit}}} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{111,4}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{23,0}{8333}} = 1,8629$$

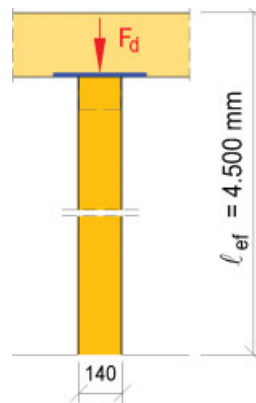
$$k = 0,5 \cdot [1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,c} - 0,3) + \lambda_{rel,c}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,2 \cdot (1,8629 - 0,3) + 1,8629^2] = 2,3915$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}^2}} = \frac{1}{2,3915 + \sqrt{2,3915^2 - 1,8629^2}} = 0,268 < 1$$

\Rightarrow aus Diagramm Bild 10 erhält man für $\lambda = 111,2$
 $\Rightarrow k_c = 0,27$

Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit nach Gl. (63)

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} = \frac{70 \cdot 1000}{0,268 \cdot 140 \cdot 160 \cdot 14,15} = 0,82 < 1$$



Stütze aus Eichenholz mit aufliegendem Eichenholzbalken in einem Ausstellungsgebäude. Querschnitt 140/160 mm

$F_d = 70 \text{ kN}$
 Nutzungsklasse 1; KLED „mittel“ aus DIN 1052:2004, Tabelle F.1 $\Rightarrow k_{mod} = 0,8$
 aus DIN 1052:2004, Tabelle F.8 Zuordnung Eiche in die Festigkeitsklasse D30

Bild 11. Konstruktion der Stütze
 Fig. 11. Details of the column

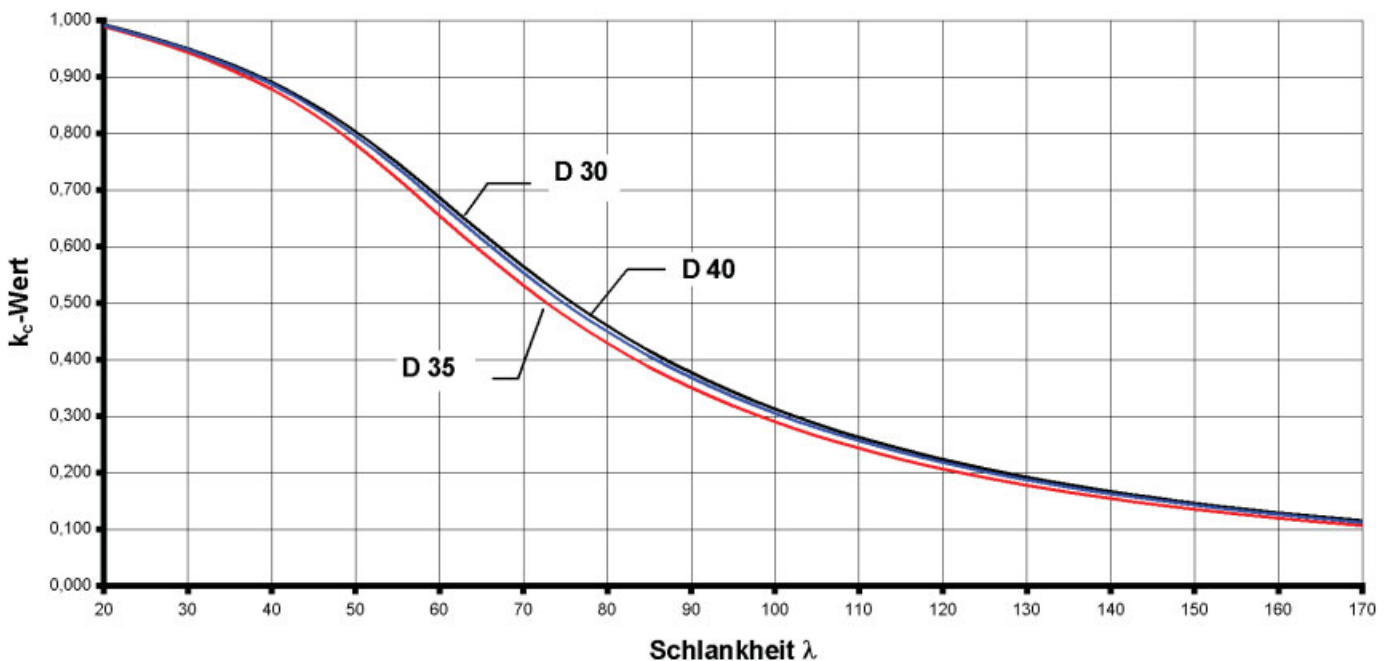


Bild 10. k_c -Werte in Abhängigkeit von der Schlankheit λ für Laubholz
 Fig. 10. Factor k_c in dependence on λ for hardwood strength classes D30, D35 and D40

Tabelle 1. Bemessungswert der Tragfähigkeit R_d [kN] für $k_{mod} = 0,8$ und $0,9$ von **quadratischen Holzstützen** aus Nadelholz C24 bei mittlerer Lasteinwirkungsdauer; R_d aus der Schwellenpressung auf Nadelholz C24 mit beidseitigem Überstand in Faserrichtung von jeweils 30 mm ($k_{c,90} = 1,25$)

Table 1. R_d - values for columns with square cross-section

b [mm]	A [mm ²]	k_{mod}	R_d aus Quer- pressung	R_d bei einer Knicklänge von										
				2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00
100	10000	0,8	30,77	72,15	50,45	36,47	27,42	21,31	17,02	13,90	11,56	9,76	8,36	7,23
		0,9	34,62	81,17	56,75	41,03	30,85	23,97	19,15	15,64	13,00	10,98	9,40	8,13
120	14400	0,8	41,54	130,57	97,79	72,65	55,28	43,25	34,68	28,39	23,66	20,01	17,15	14,85
		0,9	46,73	146,89	110,02	81,73	62,19	48,65	39,01	31,94	26,62	22,52	19,29	16,71
140	19600	0,8	53,85	202,43	164,47	127,47	98,88	78,10	62,97	51,74	43,22	36,62	31,42	27,24
		0,9	60,58	227,73	185,02	143,40	111,24	87,87	70,84	58,21	48,62	41,20	35,34	30,65
160	25600	0,8	67,69	284,15	246,86	201,96	161,18	129,15	104,95	86,64	72,60	61,65	52,97	45,99
		0,9	76,15	319,67	277,72	227,21	181,33	145,29	118,06	97,47	81,67	69,35	59,59	51,73
180	32400	0,8	83,08	375,29	340,66	293,78	243,30	198,94	163,45	135,81	114,27	97,31	83,77	72,84
		0,9	93,47	422,20	383,25	330,50	273,71	223,80	183,88	152,79	128,56	109,47	94,25	81,94
200	40000	0,8	100,00	476,25	443,99	398,89	343,77	288,59	240,73	201,79	170,71	145,89	125,91	109,67
		0,9	112,50	535,78	499,48	448,75	386,74	324,66	270,82	227,02	192,05	164,13	141,65	123,38
220	48400	0,8	118,46	587,42	556,70	514,42	459,26	397,23	337,87	286,56	244,17	209,64	181,51	158,45
		0,9	133,27	660,84	626,29	578,73	516,66	446,89	380,11	322,38	274,69	235,84	204,19	178,26
240	57600	0,8	138,46	709,05	679,15	639,34	586,52	522,27	454,42	391,18	336,43	290,58	252,60	221,13
		0,9	155,77	797,68	764,04	719,26	659,84	587,55	511,22	440,08	378,49	326,91	284,17	248,77
260	67600	0,8	160,00	841,30	811,68	773,64	723,70	660,55	588,36	515,44	448,51	390,34	341,03	299,59
		0,9	180,00	946,46	913,13	870,34	814,17	743,12	661,91	579,88	504,58	439,13	383,66	337,04
280	78400	0,8	183,08	984,27	954,53	917,61	870,21	809,70	736,92	657,86	580,40	509,88	448,29	395,52
		0,9	205,97	1107,30	1073,85	1032,31	978,99	910,91	829,04	740,10	652,95	573,62	504,32	444,96
300	90000	0,8	207,69	1138,03	1107,88	1071,55	1026,10	968,50	897,51	816,04	730,98	649,33	575,29	510,27
		0,9	233,65	1280,29	1246,37	1205,50	1154,36	1089,57	1009,70	918,05	822,35	730,49	647,20	574,06

⇒ Anwendung der Tabelle 1

$b = 140$ mm, $d = 160$ mm, Knicklänge 4,50 m
aus Tabelle 1 erhält man für $b = 140$ mm ⇒ $R_{d, \text{Tabelle}} = 62,97$ kN (näherungsweise, da das Verhältnis $F_{c,0,k}/E_{0,05}$ bei Laubholz abweicht)

Pressung senkrecht zur Faser wird nicht maßgebend, da eine Verbreiterung des Auflagers vorgesehen ist. Mit Tabelle 1 ergibt sich unter Berücksichtigung der höheren Druckfestigkeit von Laubholz

$$R_d = \frac{d}{b} \cdot \frac{f_{c,0,k,j}}{21} \cdot R_{d, \text{Tabelle}} = \frac{160}{140} \cdot \frac{23}{21} \cdot 62,97 = 78,82 \text{ kN}$$

Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit

$$\frac{F_d}{R_d} = \frac{70}{78,82} = 0,79 < 1$$

Umrechnungen:

von Quadratstütze auf Rechteckquerschnitt mit den Abmessungen b/d

$$R_{d, \text{Rechteck}} = \frac{d}{b} \cdot R_{d, \text{Tabelle}} \quad d > b$$

Umrechnungen auf andere Werkstoffe

Querpressung (Druckspannung senkrecht zur Faserrichtung)

$$R_{d,C,i} = \frac{f_{c,90,k,i}}{2,5} \cdot R_{d, \text{Tabelle}}$$

Knicken

Umrechnung auf C30 (für andere Werkstoffe näherungsweise, genau nur gleich bei gleichem Verhältnis $F_{c,0,k}/E_{0,05}$)

$$R_{d,C,i} = \frac{f_{c,0,k,i}}{21} \cdot R_{d, \text{Tabelle}}$$

6 Beanspruchung durch Druck rechtwinklig zur Faser

Der Nachweis der Beanspruchung senkrecht zur Faser erfolgt nach DIN 1052:2004 nach Gl. (47):

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} \leq 1$$

mit Gl. (48) für

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{ef}}$$

Hierin bedeuten

$A_{ef} = \ell_{ef} \cdot d$ wirksame Querdruckfläche (siehe Bilder 12 bis 15)

$k_{c,90}$ ein Querdruckbeiwert zur Berücksichtigung der Teilflächenpressung

Für die Ermittlung der wirksamen Querdruckfläche A_{ef} darf nach DIN 1052:2004 das Maß der tatsächlichen Aufstandslänge ℓ in Faserrichtung des Holzes an jedem Rand

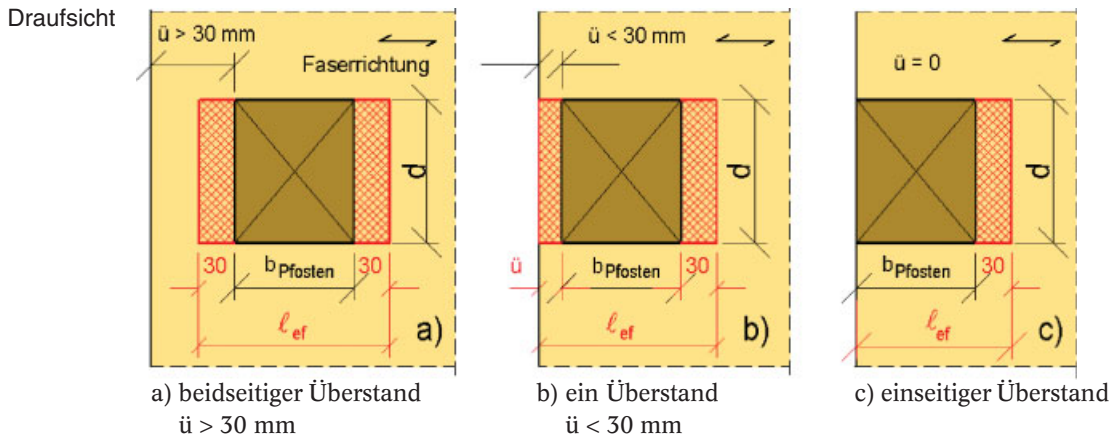
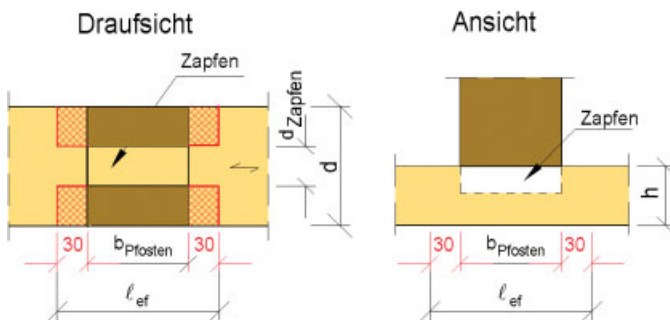


Bild 12. Maßgebende Breite ℓ_{ef} bei Querdruckbeanspruchung
 Fig. 12. Effective wide of elements with compression perpendicular to the grain

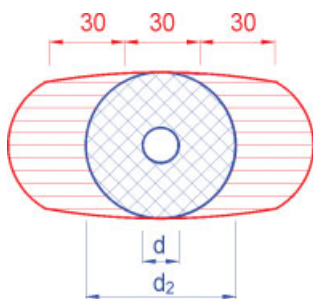


maßgebende Querschnitt

$$A_{ef} = (d - d_{Zapfen}) \cdot \ell_{ef}$$

Bei Zapfen kann nicht davon ausgegangen werden, dass die Zapfenfläche mit zur Übertragung der Druckkraft herangezogen werden kann.

Bild 13. Beispiele für maßgebende Querschnitte im Kraft-einleitungsbereich
 Fig. 13. Examples for effective cross-sections in the area of action



maßgebende Querschnitt

$$A_{ef} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_2^2 - d^2) + 60 \cdot \sqrt{d_2^2 - 30^2} + (d_2 - \sqrt{d_2^2 - 30^2}) [\text{mm}^2]$$

Die wirksamen Flächen sind in Tabelle 2 dieser Veröffentlichung angegeben. Dort sind auch R_d -Werte für verschiedene Werkstoffe und für $k_{mod} = 0,8$ und $0,9$ angegeben.

Bild 14. Wirksame Querdruckfläche für runde Unterlegscheiben
 Fig. 14. Effective areas by compression perpendicular to the grain for washers

bis zu 30 mm, jedoch nicht mehr als die Länge ℓ der Aufstandsfläche verlängert werden (siehe Bild 12).

Der Überstand \ddot{u} ist unabhängig von der Höhe h des auf Querdruck beanspruchten Bauteils.

Die Verlängerung der Aufstandsfläche darf immer in voller Größe vorgenommen werden, wenn der Überstand $\ddot{u} \geq 30 \text{ mm}$ beträgt.

Bei Unterlegscheiben darf die Vergrößerung ebenfalls vorgenommen werden (siehe Bild 14).

Für den Nachweis der Beanspruchung unterscheidet die DIN 1052:2004 zwischen dem Schwellendruck (siehe Bilder 15 und 16) und dem Auflagerdruck (siehe Bilder 18

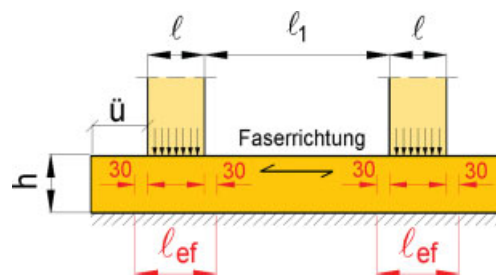
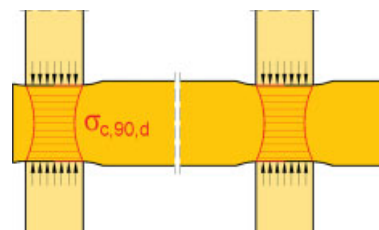


Bild 15. Schwellendruck
 Fig. 15. Timber members on continuous support



Wird ein Bauteil auf beiden Seiten durch Druckkräfte quer zur Faser beansprucht, liegt ein Schwellendruck vor. Dies gilt auch, wenn das Bauteil durch eine Last von oben und von unten beansprucht wird.

Die Beiwerte $k_{c,90}$ sind für Abstände $\ell_1 \geq 2 \cdot h$ einzusetzen mit:

$$k_{c,90} = 1,25 \text{ für Nadelvollholz}$$

$$k_{c,90} = 1,50 \text{ Brettschichtholz}$$

Bild 16. Spannungsverteilung bei Schwellendruck
 Fig. 16. Timber members on a continuous support and stress figure

und 19). Mit dem Beiwert $k_{c,90}$ wird die unterschiedliche Beanspruchung berücksichtigt. Für Nadelvollholz und Brettschichtholz mit $\ell_1 < 2 \cdot h$ sowie für Laubholz ist mit $k_{c,90} = 1,00$ einzusetzen.

Beispiel 3: Nachweis der Beanspruchung senkrecht zur Faserrichtung unter einem Pfosten (siehe Bild 17)

Es ist der Nachweis der Druckbeanspruchung in der Schwelle rechtwinklig zur Faser zu führen.

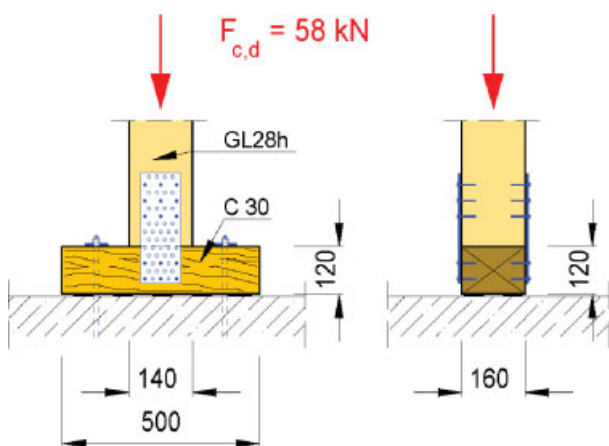
Bemessungswert der Festigkeit nach Gl. (3)

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,90,k}}{\gamma_M} = \frac{0,80 \cdot 2,7}{1,3} = 1,66 \text{ N/mm}^2$$

Wirksame Druckfläche

$$A_{ef} = \ell_{ef} \cdot d = (30 + 140 + 30) \cdot 160 = 32000 \text{ mm}^2$$

$$(30 + 140 + 30) = 200 \text{ mm} < \ell_{Schwelle} = 500 \text{ mm}$$



Stütze aus Brettschichtholz der Festigkeitsklasse GL28h (entspricht BS 14 nach DIN 1052:1988/1996); Schwelle aus Nadelvollholz der Festigkeitsklasse C30 (entspricht S13 nach DIN 4074-1:2003)

Belastung durch ständige Lasten und Nutzlasten einer Decke; maßgebend wird die Schwelle aus Nadelvollholz der Festigkeitsklasse C30

(Wohnhaus = Nutzungsklasse 1).

aus DIN 1052:2004, Tabelle 4 \Rightarrow KLED „mittel“

aus DIN 1052:2004, Tabelle F.1 $\Rightarrow k_{mod} = 0,8$

aus DIN 1052:2004, Tabelle F.5 $\Rightarrow f_{c,90,d} = 2,7 \text{ N/mm}^2$

Bild 17. System und Belastung der Stütze mit der Schwelle
Fig. 17. Action from the column on the barrier

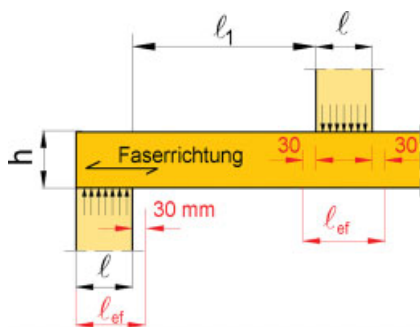
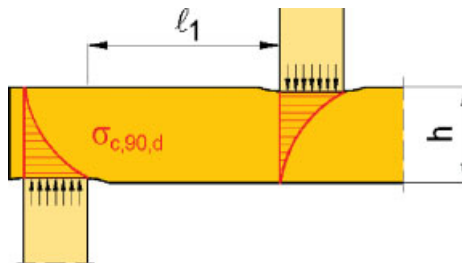


Bild 18. Auflagerdruck

Fig. 18. Timber member under concentrated force



Wird ein Bauteil von einer Seite durch Druckkräfte quer zur Faser beansprucht, liegt ein Auflagerdruck vor.

Die Beiwerte $k_{c,90}$ sind für Abstände $\ell_1 \geq 2 \cdot h$ und $\ell_1 \leq 400 \text{ mm}$ einzusetzen mit:

$k_{c,90} = 1,50$ für Nadelvollholz

$k_{c,90} = 1,75$ Brettschichtholz

Bild 19. System und Belastung der Stütze mit der Schwelle
Fig. 19. Action of columns on the barrier with concentrated loads

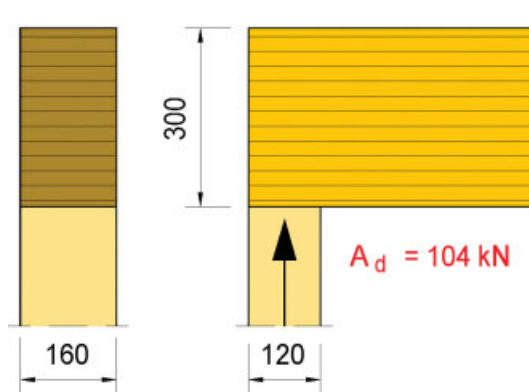
Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (47)

$k_{c,90} = 1,25$ Schwellendruck bei Nadelvollholz, ℓ_1 wird nicht maßgebend, da nur eine Last auf der Schwelle:

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{ef}} = \frac{58 \cdot 1000}{32000} = 1,81 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{1,81}{1,25 \cdot 1,66} = 0,87 < 1$$

Beispiel 4: Nachweis der Beanspruchung senkrecht zur Faserrichtung am Auflager eines Unterzugs (siehe Bild 20)



Unterzug aus Brettschichtholz der Festigkeitsklasse GL36h nach DIN 1052:2004 (= BS 18 nach DIN 1052:1988/1996); Auflagerpfosten aus Brettschichtholz der Festigkeitsklasse GL24h nach DIN 1052:2004 (= BS 11 nach DIN 1052:1988/1996)

Belastung durch ständige Lasten und Nutzlasten einer Decke und Schnee; Nutzungsklasse 1; maßgebend wird die Beanspruchung senkrecht zur Faserrichtung

aus DIN 1052:2004, Tabelle 4 \Rightarrow KLED „kurz“

aus DIN 1052:2004, Tabelle F.1 $\Rightarrow k_{mod} = 0,9$

aus DIN 1052:2004, Tabelle F.9 $\Rightarrow f_{c,90,d} = 3,6 \text{ N/mm}^2$

Bild 20. System und Belastung des Unterzugs sowie des Auflagerpfostens

Fig. 20. Action on the column

Bemessungswert der Festigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (3)

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,90,k}}{1,3} = \frac{0,9 \cdot 3,6}{1,3} = 2,49 \text{ N/mm}^2$$

Wirksame Druckfläche

$$A_{ef} = \ell_{ef} \cdot d = (30 + 120) \cdot 160 = 24000 \text{ mm}^2$$

Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (47)

Bemessungswert der Beanspruchung

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{ef}} = \frac{104 \cdot 1000}{24000} = 4,33 \text{ N/mm}^2$$

$k_{c,90} = 1,75$, Auflagerdruck bei Brettschichtholz, $\ell = 120 \text{ mm} < 400 \text{ mm}$, ℓ_1 tritt nicht auf:

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{4,33}{1,75 \cdot 2,49} = 0,99 < 1$$

Bei Pfetten mit Sparren oder Unterzügen mit Deckenbalcken treten Überschneidungen zwischen dem Auflager- und

dem Schwellendruck auf. Bei einem Abstand der Lasteintragung $\ell_1 < 2 \cdot h$ kann der Beiwert $k_{c,90}$ näherungsweise interpoliert werden.

Allgemein gilt für den interpolierten Wert $k_{c,90,AS}$:

$$k_{c,90,AS} = k_{c,90,Auflager} - (k_{c,90,Auflager} - k_{c,90,Schwelle}) \cdot \frac{F_d}{A_d}$$

(Bezeichnungen siehe Bild 21; $k_{c,90,AS}$ kann aus Bild 22 abgelesen werden)

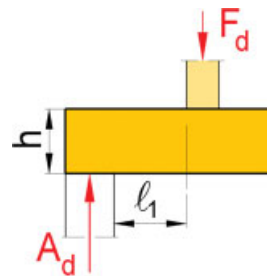


Bild 21. Bezeichnungen F_d , A_d und ℓ_1 am Auflager
Fig. 21. Symbols F_d , A_d and ℓ_1 on the fixed support

Tabelle 2. R_d -Werte bei Beanspruchung Druck senkrecht zur Faser für Bolzen und Gewindestangen in Abhängigkeit vom Durchmesser und den Unterlegscheiben für $k_{mod} = 0,8$ und $0,9$ und Bemessungswerte der Tragfähigkeit von Bolzen bzw. Gewindestangen $N_{R,d}$

Table 2. R_d -values with compression perpendicular to the grain

Scheiben [mm]	$A_{ef,n}$ [mm ²]	Material	$f_{c,90,k}$ [N/mm ²]	k_{mod}	$R_{d,Holz}$ [kN]	k_{mod}	$R_{d,Holz}$ [kN]	$N_{R,d}$ (4.6) [kN]	$N_{R,d}$ (5.6) [kN]
d2 = 58 mm d = 14 mm Bolzen M 12	5500	C24	2,5	0,8	12,69	0,9	14,28	Bolzen 22,4 Gewindestange 16,7	Bolzen 28,0 Gewindestange 20,9
		C30	2,7		13,71		15,42		
		GL24c	2,4		14,22		15,99		
		GL24h, GL28c	2,7		15,99		17,99		
		GL28h, GL32c	3,0		17,77		19,99		
		GL32h, GL36c	3,3		19,55		21,99		
		GL36h	3,6		21,32		23,99		
d2 = 68 mm d = 18 mm Bolzen M 16	7067	C24	2,5	0,8	16,31	0,9	18,35	Bolzen 39,9 Gewindestange 31,1	Bolzen 49,8 Gewindestange 38,9
		C30	2,7		17,61		19,81		
		GL24c	2,4		18,26		20,55		
		GL24h, GL28c	2,7		20,55		23,12		
		GL28h, GL32c	3,0		22,83		25,68		
		GL32h, GL36c	3,3		25,11		28,25		
		GL36h	3,6		27,40		30,82		
d2 = 80 mm d = 22 mm Bolzen M 20	9119	C24	2,5	0,8	21,04	0,9	23,68	Bolzen 62,3 Gewindestange 48,6	Bolzen 77,9 Gewindestange 60,8
		C30	2,7		22,73		25,57		
		GL24c	2,4		23,57		26,52		
		GL24h, GL28c	2,7		26,52		29,83		
		GL28h, GL32c	3,0		29,46		33,15		
		GL32h, GL36c	3,3		32,41		36,46		
		GL36h	3,6		35,36		39,77		
d2 = 92 mm d = 25 mm Bolzen M 22	11395	C24	2,5	0,8	26,30	0,9	29,58	Bolzen 75,4 Gewindestange 60,1	Bolzen 94,2 Gewindestange 75,1
		C30	2,7		28,40		31,95		
		GL24c	2,4		29,45		33,13		
		GL24h, GL28c	2,7		33,13		37,28		
		GL28h, GL32c	3,0		36,82		41,42		
		GL32h, GL36c	3,3		40,50		45,56		
		GL36h	3,6		44,18		49,70		
d2 = 105 mm d = 27 mm Bolzen M 24	14141	C24	2,5	0,8	32,63	0,9	36,71	Bolzen 89,7 Gewindestange 70,0	Bolzen 112,0 Gewindestange 87,5
		C30	2,7		35,24		39,65		
		GL24c	2,4		36,55		41,12		
		GL24h, GL28c	2,7		41,12		46,26		
		GL28h, GL32c	3,0		45,69		51,40		
		GL32h, GL36c	3,3		50,26		56,54		
		GL36h	3,6		54,82		61,68		

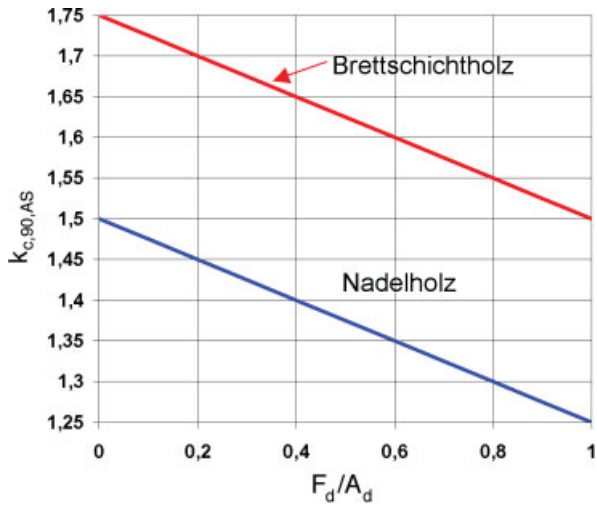


Bild 22. Beiwert $k_{c,90,AS}$ in Abhängigkeit von der Last F_d und der Auflagerkraft A_d
 Fig. 22. Factor $k_{c,90,AS}$ in dependence on the load F_d and bearing force A_d

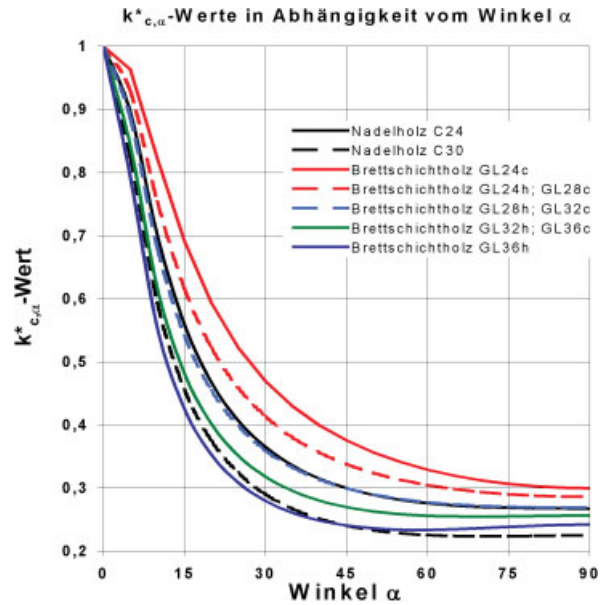


Bild 23. $k_{c,\alpha}^*$ in Abhängigkeit vom Winkel α
 Fig. 23. Factor $k_{c,\alpha}^*$ in dependence on angle α

7 Beanspruchung durch Druck unter einem Winkel α zur Faserrichtung

Bei Druck unter einem Winkel α zur Faserrichtung ist der Nachweis wie bei Druck in Faserrichtung zu führen, der Bemessungswert der Festigkeit in Faserrichtung wird dabei mit einem Faktor $k_{c,\alpha}$ abgemindert. Der Nachweis ist nach DIN 1052:2004 gemäß Gl. (49) zu führen:

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{k_{c,\alpha} \cdot f_{c,\alpha,d}} \leq 1$$

Mit Gl. (51) für $k_{c,\alpha}$:

$$k_{c,\alpha} = 1 + (k_{c,90} - 1) \cdot \sin \alpha$$

und Gl. (52)

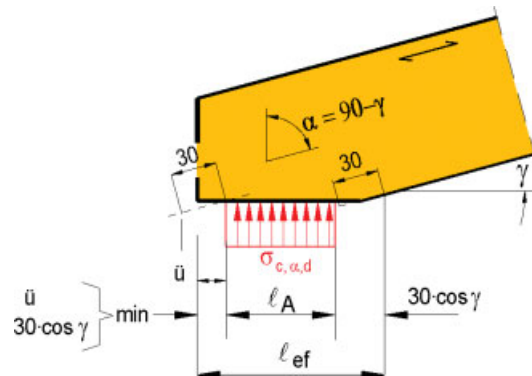
$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}}$$

Führt man den Beiwert $k_{c,\alpha}$ und den Bemessungswert $f_{c,0,d}$ zusammen, ergibt sich ein Faktor $k_{c,\alpha}^*$, mit dem der Nachweis geführt werden kann. Es ergibt sich der in Bild 23 dargestellte Kurvenverlauf für $k_{c,\alpha}^*$ in Abhängigkeit vom Last-Faser-Winkel α bei ausgewählten Holzwerkstoffen:

$$\frac{\sigma_{c,\alpha,d}}{k_{c,\alpha}^* \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$$

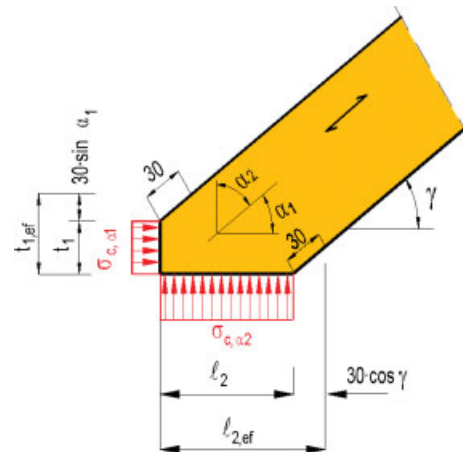
mit

$$k_{c,\alpha}^* = \frac{1 + (k_{c,90} - 1) \cdot \sin \alpha}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}}$$



a) Bezeichnungen bei Auflagerung eines Balkens schräg zur Faserrichtung und einer Teilfläche

$$A_{ef} = b \cdot \left[\min \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 30 \cos \gamma \end{matrix} \right\} + 30 \cdot \cos \gamma \right]$$



b) Bezeichnungen bei Kontaktanschluss

$$A_{1,ef} = b \cdot l_{1,ef} \quad A_{2,ef} = b \cdot l_{2,ef}$$

Bild 24. Druckbeanspruchungen im Winkel zur Faser bei verschiedenen Auflagerausbildungen nach DIN 1052:2004, Bild 20

Fig. 24. Compression in angle to the grain on several fixed supports according to DIN 1052:2004, fig. 20

Die effektive Fläche ist bei einer schräg zur Faserrichtung geneigten Druckfläche auf die Faserrichtung zu beziehen (siehe Bild 24).

8 Beanspruchung durch Biegung (ohne Kippgefahr)

Dieser Abschnitt behandelt nur Träger, die nicht kipgefährdet sind. Dies ist immer dann der Fall, wenn die Träger auf der Oberseite gehalten werden (z. B. durch eine Deckenscheibe oder durch Sparren, Deckenbalken und dgl.) oder vereinfacht mit dem Kippbeiwert $k_m = 1$ gerechnet werden kann.

Nach DIN 1052:2004, Abschnitt 10.3.2(7) darf für Biegestäbe mit Rechteckquerschnitt vereinfacht der Kippbeiwert $k_m = 1$ gesetzt werden, wenn die Bedingung

$$\frac{\ell_{ef} \cdot h}{b^2} \leq 140$$

erfüllt wird (siehe Bild 25).

Dabei ist

ℓ_{ef} Stützweite bei gabelgelagerten Einfeldträgern, ansonsten nach DIN 1052:2004, Anhang E

b Trägerbreite

h Trägerhöhe.

Beispiel 5: Kippverhalten eines Deckenbalkens mit dem Querschnitt 80/220 mm und einer Stützweite $\ell = 3,75$ m

$$\frac{\ell_{ef} \cdot h}{b^2} = \frac{3750 \cdot 220}{80^2} = 129 < 140$$

$k_m = 1$, es besteht keine Kippgefahr.

Aus Bild 25: $h/b = 220/80 = 2,75$ und $\ell_{ef}/b = 3750/80 = 46,98$. Der Schnittpunkt liegt unterhalb der Kurve $\Rightarrow k_m = 1$, es besteht keine Kippgefahr.

Beispiel 6: Bestimmung der zulässigen Stützweite für einen Querschnitt 60/220 mm, bei dem keine Kippgefahr besteht.

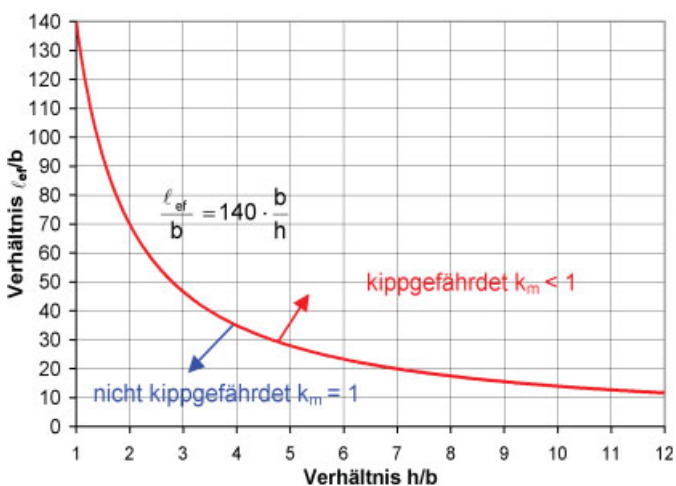


Bild 25. Zusammenhang zwischen dem Verhältnis Länge zu Höhe und dem Verhältnis Breite zu Höhe bei Rechteckquerschnitten mit $k_m = 1$

Fig 25. Relation between length and high and b/h from beams with rectangular areas

$h/b = 220/60 = 3,67$ aus Diagramm Bild 25
Schnittpunkt mit der Kurve $\Rightarrow \ell_{ef}/b = 37,5$
zul $\ell_{ef} = 37,5 \cdot b = 37,5 \cdot 60 = 2250$ mm = 2,25 m

Biegemomente, die nach dem linear-elastischen Verfahren bestimmt wurden, dürfen unter Berücksichtigung des Gleichgewichts um 10 % umgelagert werden.

Nachweis

Die Nachweisbedingung wird in DIN 1052:2004 nach Gl. (53) und Gl. (54) für den Grenzzustand der Tragfähigkeit geregelt:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

und

$$k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$k_{red} = 0,7$ für Rechteckquerschnitte mit $h/b < 4$ aus Vollholz, Brettschichtholz und Balkenschichtholz

$k_{red} = 1,00$ für alle anderen Querschnitte

Die Abminderung **bei zweiachsiger Biegung** ist in der Tatsache begründet, dass die Überlagerung aus den Spannungsanteilen nur an einer Faser des Querschnitts – theoretisch nur an einem Punkt des gesamten Trägers – auftritt.

Die Bemessungswerte der Festigkeiten $f_{m,y,d}$ und $f_{m,z,d}$ sind für Nadel- und Laubhölzer jeweils gleich. Für Bauteile, die aus Lamellen aufgebaut sind (z. B. Brettschichthölzer) können sie unterschiedlich sein. Für Brettschichtholz mit $h \leq 600$ darf nach Tabelle F.9 in DIN 1052:2004 bei Flachkantbiegung (s. Bild 26) die charakteristische Biegefestigkeit mit dem Faktor k_h erhöht werden. Bei homogenem Brettschichtholz darf bei Hochkantbiegung (s. Bild 26) die charakteristische Biegefestigkeit mit dem Faktor $k_\ell = 1,2$ multipliziert werden.

Ist nur ein Biegemoment in einer Richtung vorhanden, vereinfacht sich die Nachweisbedingung:

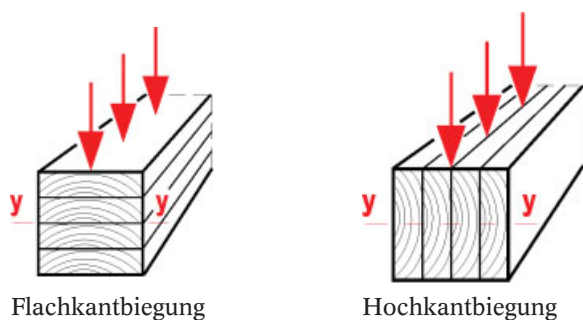
$$\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1$$

Beispiel 7: Nachweis einer Sparrenpfette (siehe Bild 27)

Dachneigung $\alpha = 38^\circ$; Spannweite $\ell = 5,75$ m

Schneelastzone 2; A = 316 m + NN; Binnenland Windlastzone 2; Gebäudehöhe $h = 15$ m

Brettschichtholz der Festigkeitsklasse GL28h, Nutzungs-kategorie 1

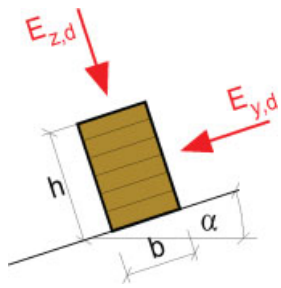


Flachkantbiegung

Hochkantbiegung

Bild 26. Arten der Biegung bei Brettschichtholz

Fig. 26. Kind of bending loads on glued laminated timber



Lastkomponenten
am Querschnitt

Bild 27. Beanspruchung Pfette
Fig. 27. Static strain of purlier

Charakteristische Einwirkungen

ständige Last nach DIN 1055-1:2001

$$G_k = 0,80 \text{ kN/m}^2$$

Schneelast nach DIN 1055-5:2005

$$S_k = 0,25 + 1,91 \cdot \left(\frac{316 + 140}{760} \right)^2 = 0,94 \text{ kN/m}^2$$

$$Q_{k,S} = \mu_1 \cdot S_k = 0,8 \cdot 0,94 = 0,75 \text{ kN/m}^2$$

Das Dach ist mit Schneefanggittern versehen ($\mu_1 = 0,8$).

Windlast nach DIN 1055-4:2005

Geschwindigkeitsdruck q nach Tabelle 2: $q = 0,80 \text{ kN/m}^2$
Druckbeiwert $c_{pe} = 0,51$ (nur Hauptfläche H betrachtet)

$$Q_{k,W} = c_{pe} \cdot q = 0,51 \cdot 0,8 = 0,41 \text{ kN/m}^2$$

Schnee ist die vorherrschende Veränderliche Q_1 :

Für den Nachweis des Grenzzustandes der Tragfähigkeit gilt:

Einwirkungen

$$E_{z,d} = (\gamma_G \cdot G_k \cdot \cos \alpha + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,S} \cdot \cos^2 \alpha + \gamma_{Q,2} \cdot \Psi_{0,w} \times Q_{k,W}) \cdot e$$

$$E_{z,d} = (1,35 \cdot 0,80 \cdot \cos 38^\circ + 1,5 \cdot 0,75 \cdot \cos^2 38^\circ + 1,5 \cdot 0,6 \times 0,41) \cdot 0,84 = 1,61 \text{ kN/m}$$

$$E_{y,d} = (\gamma_G \cdot G_k \cdot \sin \alpha + g_{Q,1} \cdot Q_1 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \cdot e$$

$$E_{y,d} = (1,35 \cdot 0,80 \cdot \sin 38^\circ + 1,5 \cdot 0,75 \cdot \sin 38^\circ \cdot \cos 38^\circ) \times 0,84 = 1,02 \text{ kN/m}$$

$$\max M_{y,d} = 1,61 \cdot 5,75^2 / 8 = 6,65 \text{ kNm/Sparrenpfette}$$

$$\max M_{z,d} = 1,02 \cdot 5,75^2 / 8 = 4,22 \text{ kNm/Sparrenpfette}$$

Nachweis des Grenzzustandes der Tragfähigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (53) und Gl. (54)

(es wird nur die Biegebeanspruchung maßgebend)

Querschnitt 120/220 mm mit mehr als 4 Lamellen

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

bzw.

$$k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{6,65 \cdot 10^6 \cdot 6}{120 \cdot 220^2} = 6,87 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_z} = \frac{4,22 \cdot 10^6 \cdot 6}{120^2 \cdot 220} = 7,99 \text{ N/mm}^2$$

Brettschichtholz GL28h nach DIN 1052:2004, Tabelle F.9 (einschließlich Fußnoten):

$$k_h = \left(\frac{600}{220} \right)^{0,14} = 1,15 \text{ bzw. } \max k_h = 1,1$$

(Beiwert für die Trägerhöhen)

$k_\ell = 1,2$ (Systembeiwert für homogenes Brettschichtholz mit mehr als 4 Lamellen)

Flachkantbiegung $f_{m,y,k} = 1,1 \cdot 28 = 30,8 \text{ N/mm}^2$

Hochkantbiegung $f_{m,z,k} = 1,2 \cdot 28 = 33,6 \text{ N/mm}^2$

KLED „kurz“ \Rightarrow aus DIN 1052:2004, Tabelle F.1, $k_{mod} = 0,9$

Bemessungswert der Festigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (3)

$$f_{m,y,d} = \frac{0,9 \cdot 30,8}{1,3} = 21,32 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,z,d} = \frac{0,9 \cdot 33,6}{1,3} = 23,26 \text{ N/mm}^2$$

Nachweise:

$$\frac{6,87}{21,32} + 0,7 \cdot \frac{7,99}{23,26} = 0,56 < 1$$

bzw.

$$0,7 \cdot \frac{6,87}{21,32} + \frac{7,99}{23,26} = 0,57 < 1$$

Nachweis des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit:

Die Durchbiegungen werden mit den charakteristischen Werten für die Beanspruchungen ($\gamma_G = \gamma_Q = 1,00$) und dem Mittelwert des Elastizitätsmoduls $E_{0,mean} = 12600 \text{ N/mm}^2$ berechnet.

Die Anteile aus den einzelnen Einwirkungen werden getrennt aufgeführt.

ständige Last:

$$\begin{aligned} w_{G,z,inst} &= \frac{5 \cdot G_{k,z} \cdot \ell^4 \cdot e}{384 \cdot E \cdot I_y} \\ &= \frac{5 \cdot 0,80 \cdot \cos 38^\circ \cdot 5750^4 \cdot 0,84}{384 \cdot 12600 \cdot 120 \cdot 220^3 / 12} = 5,6 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{G,y,inst} &= \frac{G_z}{G_y} \cdot \left(\frac{h}{b} \right)^2 \cdot w_{G,z,inst} = \left(\frac{h}{b} \right)^2 \cdot \tan \alpha \cdot w_{G,z,inst} \\ &= \left(\frac{220}{120} \right)^2 \cdot \tan 38^\circ \cdot 5,6 = 14,6 \text{ mm} \end{aligned}$$

Schneelast:

$$w_{Q1,z,inst} = \frac{5 \cdot Q_{1,y} \cdot \ell^4 \cdot e}{384 \cdot E \cdot I_y}$$

$$= \frac{5 \cdot 0,75 \cdot \cos^2 38^\circ \cdot 5750^4 \cdot 0,84}{384 \cdot 12600 \cdot 120 \cdot 220^3 / 12} = 4,1 \text{ mm}$$

$$w_{Q1,y,inst} = \left(\frac{220}{120} \right)^2 \cdot \tan 38^\circ \cdot 4,1 = 10,7 \text{ mm}$$

Windlast:

$$w_{Q2,z,inst} = \frac{5 \cdot Q_{2z} \cdot \ell^4 \cdot e}{384 \cdot E \cdot I_y}$$

$$= \frac{5 \cdot 0,41 \cdot 5750^4 \cdot 0,84}{384 \cdot 12600 \cdot 120 \cdot 220^3 / 12} = 3,7 \text{ mm}$$

1.) Durchbiegung unter der charakteristischen (seltenen) Bemessungssituation

$$w_{Q,inst} \leq \ell / 300 \text{ nach DIN 1052:2004, Gl. (40)}$$

vorherrschende Veränderliche ist die Schneelast

$$w_{Q,inst} = w_{Q,s} + \Psi_0 \cdot w_{Q,w}$$

$$w_{Q,z,inst} = 4,1 + 0,6 \cdot 3,7 = 6,3 \text{ mm}$$

$$w_{Q,y,inst} = 10,7 \text{ mm}$$

$$w_{Q,inst} = \sqrt{w_{Q,y,inst}^2 + w_{Q,z,inst}^2} = \sqrt{6,3^2 + 10,7^2}$$

$$= 12,4 \text{ mm} < 19,2 \text{ mm} = \ell / 300$$

Die Komponenten der Durchbiegung sind geometrisch zu addieren.

$$w_{fin} - w_{G,inst} \leq \ell / 200 \text{ nach DIN 1052:2004, Gl. (41)}$$

$$w_{z,fin} = w_{G,z,inst} \cdot (1 + k_{def}) + w_{Q1,z,inst} \cdot (1 + \Psi_{2,1} \cdot k_{def}) + w_{Q2,z,inst} \cdot (\Psi_0 + \Psi_{2,2} \cdot k_{def})$$

$$w_{z,fin} = 5,6 \cdot (1 + 0,6) + 4,1 \cdot (1 + 0 \cdot 0,6) + 3,7 \cdot (0,6 + 0 \cdot 0,6) = 15,3 \text{ mm}$$

$$w_{y,fin} = 14,6 \cdot (1 + 0,6) + 10,7 \cdot (1 + 0 \cdot 0,6) = 34,1 \text{ mm}$$

$$w_{Q,inst} = \sqrt{15,3^2 + 34,1^2} - \sqrt{5,6^2 + 14,6^2}$$

$$= 21,7 \text{ mm} < 28,75 \text{ mm} = \ell / 200$$

Nutzungsklasse 1; $k_{def} = 0,6$ nach DIN 1052:2004, Tabelle F.1

2.) Durchbiegung in der quasi-ständigen Bemessungssituation

$$w_{fin} - w_0 \leq \ell / 200 \text{ nach DIN 1052:2004, Gl. (42)}$$

$$w_{z,fin} = w_{G,z,fin} + \Psi_2 \cdot w_{Q1,z,inst} \cdot (1 + k_{def}) + \Psi_2 \cdot w_{Q2,z,inst} \times (1 + k_{def})$$

$$w_{z,fin} = 5,6 \cdot (1 + 0,6) + 0 \cdot 4,1 \cdot (1 + 0,6) + 0 \cdot 3,7 \cdot (1 + 0,6) = 9,0 \text{ mm}$$

$$w_{y,fin} = 14,6 \cdot (1 + 0,6) + 0 \cdot 10,7 \cdot (1 + 0,6) = 23,4 \text{ mm}$$

$$w_{Q,inst} = \sqrt{w_{y,fin}^2 + w_{z,fin}^2} = \sqrt{9,0^2 + 23,4^2}$$

$$= 25,1 \text{ mm} < 28,75 \text{ mm} = \ell / 200$$

$w_0 =$ Überhöhung des Trägers $= 0$; da nicht überhöht.

9 Beanspruchung durch Biegung (mit Kippgefahr)

Das Versagen von belasteten biegebeanspruchten Trägern bei „Instabilität“ wird als „Biegedrillknicken“ bezeichnet. Die Träger „verbiegen“ sich in beiden Achsrichtungen und „verdrehen“ sich zusätzlich. Bei Belastung durch Querbela- stung in einer Richtung spricht man von „Kippen“.

Als „Kippen“ wird die seitliche Auslenkung und die Verdrehung eines auf Biegung beanspruchten Stabs bezeichnet. Neben dem Biegemoment M_y aus der äußeren Last treten dabei im Querschnitt noch das Biegemoment M_z und ein Torsionsmoment M_x auf (siehe Bild 30). Der Einfluss des Biegemoments M_z und des Torsionsmoments M_x werden beim Ersatzstabverfahren durch den Beiwert k_m erfasst.

Im Anhang E in DIN 1052:2004 ist ein Verfahren ange- geben, mit dem

- die Lagerungsart – frei aufliegend, eingespannt
- die Art der Belastung – Gleichstreckenlast, Einzellast, Momentenbeanspruchung
- der Lastangriff
- die Nachgiebigkeit der Stützung berücksichtigt werden können.

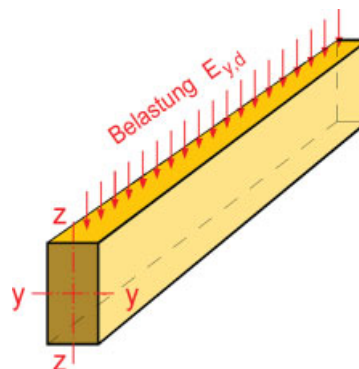


Bild 28. Träger mit Belastung durch eine Gleichstreckenlast in einer Richtung

Fig. 28. Continuously loaded beam in one direction

Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Der Kippnachweis wird mit dem Biegemoment nach Theorie I. Ordnung mit dem Beiwert k_m geführt. Die Bedingungs- gleichung für den Nachweis lautet nach DIN 1052: 2004, Gl. (67):

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} \leq 1 \text{ mit } \sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y}$$

Die geometrischen Einflussgrößen und die Festigkeiten der Holzarten gehen in die bezogene Kippschlankheit $\lambda_{rel,m}$ ein. Es gilt DIN 1052:2004, Gl. (68) und Gl. (69). Werden die Materialkennwerte zusammengefasst, erhält man die nachstehende Gleichung:

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{\ell_{ef} \cdot h}{\pi \cdot i_m}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sqrt{E_{0,05}} \cdot G_{05}}} = \lambda_{rel,m}^* \cdot \sqrt{\frac{\ell_{ef}}{i_m}}$$

mit

$$i_m = \sqrt{\frac{I_z \cdot I_T}{W_y}}$$

- λ_{ef} wirksame Abstützungslänge
- $f_{m,k}$ charakteristischer Wert der Biegefestigkeit
- $E_{0,05}$ 5 %-Quantilwert des Elastizitätsmoduls
- $G_{0,05}$ 5 %-Quantilwert des Schubmoduls (Torsionsmoduls)
- I_z Flächenmoment 2. Grades um die z-Achse
- I_T Torsionsträgheitsmoment
- W_y Widerstandsmoment
- $i_m = b^2/h$ für Rechteckquerschnitte
- $\lambda_{rel,m}^*$ bezogener Kippschlankheitsbeiwert nach Tabelle 3

$$k_m = 1 \quad \text{für} \quad \lambda_{rel,m} \leq 0,75$$

$$k_m = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} \quad \text{für} \quad 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4$$

$$k_m = \left(\frac{1}{\lambda_{rel,m}} \right)^2 \quad \text{für} \quad \lambda_{rel,m} > 1,4$$

für Rechteckquerschnitt gilt Gl. (70):

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{\ell_{ef} \cdot h}{\pi \cdot b^2}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{E_{0,05} \cdot G_{0,05}}} = \lambda_{rel,m}^* \cdot \frac{\sqrt{\ell_{ef} \cdot h}}{b}$$

Die Kippbeiwerte k_m werden aus der relativen Schlankheit $\lambda_{rel,m}$ nach DIN 1052:2004, Gl. (68) bestimmt (siehe Bild 29).

Tabelle 3. Bezogene Kippschlankheitsbeiwerte $\lambda_{rel,m}^*$ für die einzelnen Holzarten
 Table 3. Related safe aspect ratio for different kinds of wood

Holzart	$E_{0,mean}$ [N/mm ²]	G_{mean} [N/mm ²]	$E_{0,05}$ [N/mm ²]	$G_{0,05}$ [N/mm ²]	$f_{m,k}$ [N/mm ²]	$\lambda_{rel,m}^*$
C24	11000	690	7333,3	460,0	24,0	0,0645
C30	12000	750	8000,0	500,0	30,0	0,0691
GL24h	11600	720	9666,7	600,0	24,0	0,0563
GL24c	11600	590	9666,7	491,7	24,0	0,0592
GL28h	12600	780	10500,0	650,0	28,0	0,0584
GL28c	12600	720	10500,0	600,0	28,0	0,0596
GL32h	13700	850	11416,7	708,3	32,0	0,0598
GL32c	13700	780	11416,7	650,0	32,0	0,0611
GL36h	14700	910	12250,0	758,3	36,0	0,0613
GL36c	14700	850	12250,0	708,3	36,0	0,0624

Beispiel 8: Kippnachweis für einen Hallenbinder. Ein Hallenträger aus Brettschichtholz GL28c mit den Abmessungen 120/1450 mm wird durch ein Biegemoment $M_{y,d} = 345 \text{ kNm}$ beansprucht. Der Träger ist am Obergurt durch einen Verband im Abstand $e = 6,40 \text{ m}$ gegen seitliches Ausweichen gehalten.
 Nutzungsklasse 2, Lasteinwirkungsdauer „kurz“
 Aus DIN 1052:2004, Tabellen F.1 und F.9

Bemessungswert der Festigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (3)

$$k_{mod} = 0,90 \Rightarrow f_{m,d} = \frac{0,90 \cdot 28}{1,3} = 19,38 \text{ N/mm}^2$$

Die bezogene Kippschlankheit nach DIN 1052:2004 Gl. (70) beträgt

$$\lambda_{rel,m} = \lambda_{rel,m}^* \cdot \frac{\sqrt{\ell_{ef} \cdot h}}{b} = 0,0596 \cdot \frac{\sqrt{6400 \cdot 1450}}{120} = 1,51$$

Aus Bild 29 folgt für $\lambda_{rel,m} = 1,51$ der Wert $k_m = 0,43$.

Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit nach Gl. (67)

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} = \frac{\sigma_{m,y,d} \cdot 6}{k_m \cdot b \cdot h^2 \cdot f_{m,d}}$$

$$= \frac{345 \cdot 10^6 \cdot 6}{0,43 \cdot 120 \cdot 1450^2 \cdot 19,38} = 0,98 < 1$$

Gabellagerung

Aus der seitlichen Ausbiegung entsteht ein Torsionsmoment (siehe Bild 30), das an den Auflagern aufgenommen werden muss (Gabellagerung – siehe Bild 31).

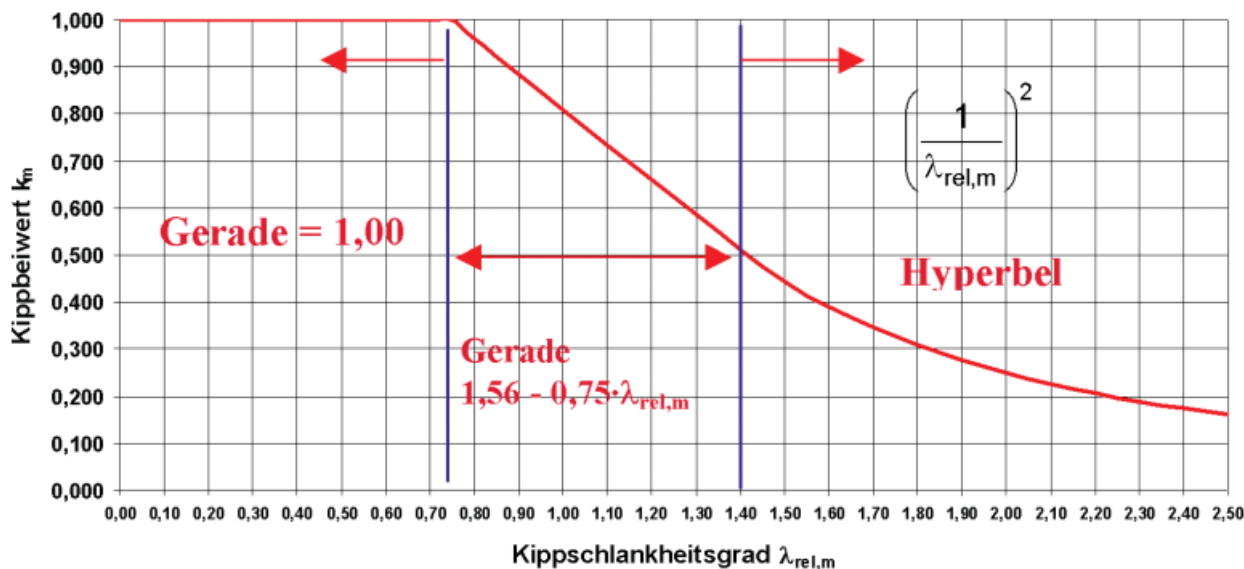


Bild 29. Kippbeiwerte k_m in Abhängigkeit vom Kippschlankheitsgrad $\lambda_{rel,m}$
 Fig. 29. Factor k_m in dependence on $\lambda_{rel,m}$

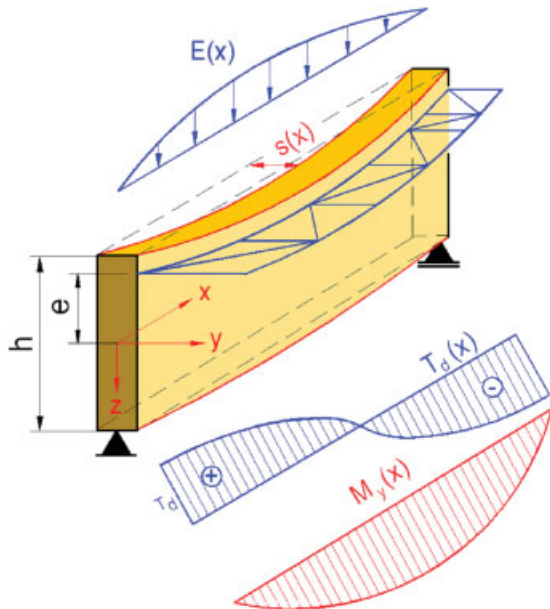


Bild 30. Verlauf des Torsionsmoments M_T und des Biegemoments M_y bei einem Brettschichträger mit einer seitlichen Verkrümmung $s(x)$
 Fig. 30. Course of torsion moment M_T and bending moment M_y in a glue laminated timber beam with lateral deflection

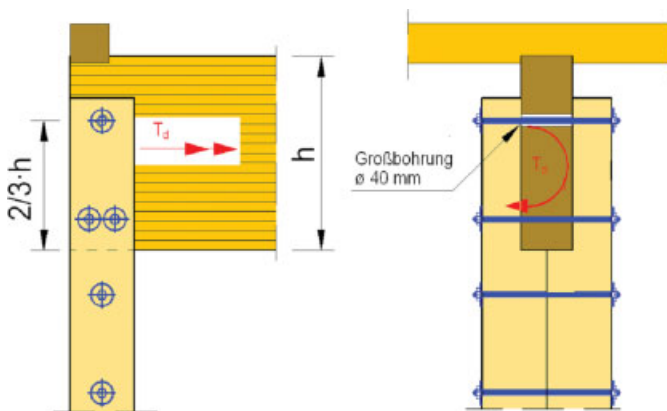


Bild 31. Beispiel für eine Gabellagerung am Endauflager eines Trägers mit ausgeblatteten Doppelstützen
 Fig. 31. The endpoint of the beam with bifurcation

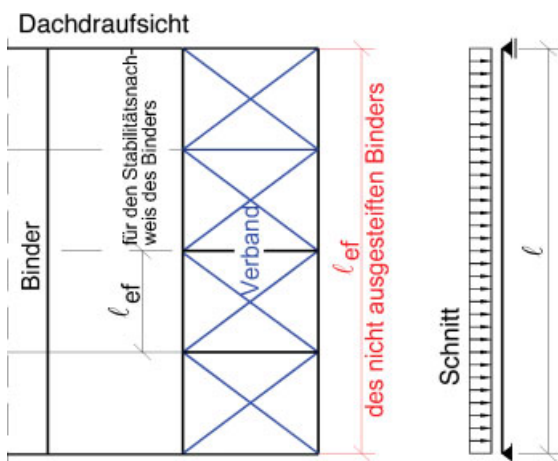


Bild 32. Ersatzstablänge l_{ef} für den Stabilitätsnachweis des Binders und für den nicht ausgesteiften Binder
 Fig. 32. Effective length l_{ef} for the beam stability verification

Nach DIN 1052:2004, Abschnitt 8.4.3 Gl. (14) ist die Gabellagerung für eine Momentenbeanspruchung nach Gl. (14) zu bemessen:

$$T_d = M_d \cdot \left[\frac{1}{80} - \frac{1}{60} \cdot \frac{e}{h} \cdot (1 - k_m) \right]$$

- M_d Bemessungswert des größten Biegemomentes im Stab
- e Mittenabstand der Aussteifung von der Schwerlinie des Stabs (in Richtung der Druckzone positiv)
- h Stabhöhe
- k_m Kippbeiwert nach Gl. (68) für den nicht ausgesteiften Biegestab (siehe Bild 32)

Beispiel 9: Gabellagerung eines Einfeldträgers aus Brettschichtholz (siehe Bild 33)

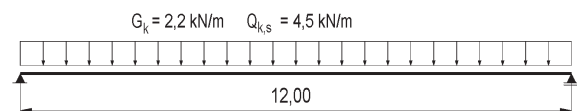


Bild 33. System und Belastung des Binders
 Fig. 33. Single beam with loads

Querschnitt 160/540 mm; Brettschichtholz GL36h

$$M_d = (1,35 \cdot 2,2 + 1,5 \cdot 4,5) \cdot 12,00^2 / 8 = 174,96 \text{ kNm}$$

$$h = 540 \text{ mm}$$

bezogener Kippschlankheitsgrad nach DIN 1052:2004 Gl. (70)

$$\lambda_{rel,m} = \lambda_{rel,m}^* \cdot \frac{\sqrt{l_{ef} \cdot h}}{b} = 0,0624 \cdot \frac{\sqrt{12000 \cdot 540}}{160} = 0,99$$

$$k_m = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,99 = 0,818$$

Der Verband ist unter der Dachhaut angebracht, damit ist $e = h/2 = 540/2 = 270 \text{ mm}$. Nach DIN 1052:2004, Gl. (14)

$$T_d = M_d \cdot \left(\frac{1}{80} - \frac{1}{60} \cdot \frac{e}{h} \cdot (1 - k_m) \right)$$

$$= 174,96 \cdot \left(\frac{1}{80} - \frac{1}{60} \cdot \frac{270}{540} \cdot (1 - 0,818) \right) = 1,92 \text{ kNm}$$

Die Auflagerung ist für dieses Moment zu bemessen.

10 Beanspruchung durch Biegung und Zug

Die Nachweisbedingungen bei Biegung und Zug ergeben sich aus DIN 1052:2004 aus Gl. (55) und Gl. (56):

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

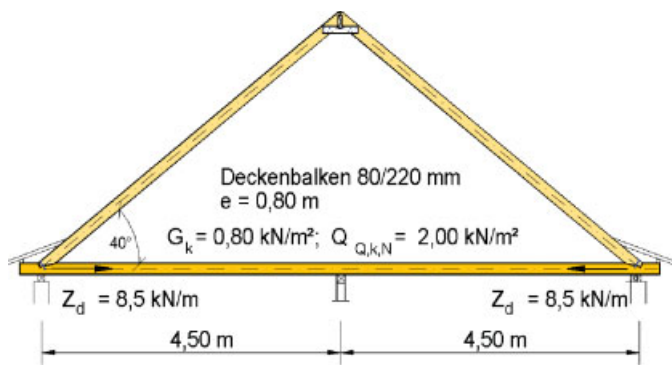
und

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

- $k_{red} = 0,7$ für Rechteckquerschnitte mit $h/b < 4$ aus Vollholz, Brettschichtholz und Balkenschichtholz
- $k_{red} = 1,00$ für alle anderen Querschnitte

Die Biegemomente dürfen auch bei Kombination aus Biegung und Zug umgelagert werden.

Beispiel 10: Nachweis eines Deckenbalkens mit Zugbeanspruchung aus einem Sparrendach (siehe Bild 34)



Nadelholz C24, Nutzungsklasse 1
Balkenabstand e = 0,80 m
Kragarme vernachlässigt
Stützmoment $M_{B,d} = -10,33$ kNm/m
Feldmomente $M_{F1,2} = 7,23$ kNm/m
max $V_{B,d} = 11,48$ kN/m
Zugkraft $Z_d = 8,50$ kN/m

Bild 34. Statisches System und Belastung auf der Decke
Fig. 34. Statical system and loads on the floor

Umlagerung des Stützmoments um 10 %
 $\Rightarrow M_{B,d} = 0,9 \cdot 10,33 = 9,30$ kNm/m
 Infolge der Umlagerung erhöht sich das Feldmoment.

$$V_{A,d} = 0,375 \cdot (1,35 \cdot 0,8 + 1,5 \cdot 2,00) \cdot 4,50 + \frac{0,1 \cdot 10,33}{4,50} = 7,11 \text{ kN/m}$$

$$M_{F1,2,d} = \frac{V_{A,d}^2}{E_d} = \frac{7,11^2}{2 \cdot 4,08} = 6,20 \text{ kNm/m} < 7,23 \text{ kNm/m}$$

(aus max $M_{F,d}$)

aus DIN 1052:2004, Tabelle 4 \Rightarrow KLED „mittel“
 aus DIN 1052:2004, Tabelle F.1 $\Rightarrow k_{mod} = 0,8$
 nach DIN 1052:2004 Gl. (3) und aus Tabelle F.5 ergeben sich die Bemessungswerte der Zug- und Biegefestigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (3)

$$f_{t,d} = \frac{0,8 \cdot 14}{1,3} = 8,62 \text{ N/mm}^2$$

und

$$f_{m,y,d} = \frac{0,8 \cdot 24}{1,3} = 14,77 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit über der Innenstütze mit Biegung und Zug nach Gl. (55)

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \left(\frac{8500}{80 \cdot 220 \cdot 8,62} + \frac{9,3 \cdot 10^6 \cdot 6}{80 \cdot 220^2 \cdot 14,77} \right) \times 0,80 = (0,06 + 1,00) \cdot 0,80 = 0,85 < 1$$

11 Beanspruchung durch Biegung und Druck (ohne Knickgefahr)

Besteht keine Knick- und Kippgefahr für den Stab (Träger) oder werden die Schnittkräfte nach Theorie II. Ordnung berechnet, so sind die Beanspruchungen aus der Druckkraft und aus dem Biegemoment nach DIN 1052:2004, Gl. (57) und Gl. (58) zu überlagern.

$$\left[\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right]^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

und

$$\left[\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right]^2 + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

f Bemessungswert der Tragfähigkeit
 k_{red} Abminderungswert für Rechteckquerschnitte mit $h/b \leq 4$ ist $k_{red} = 0,7$.

Beispiel 11: Anschluss eines Unterzugs an eine Stütze (siehe Bild 35)

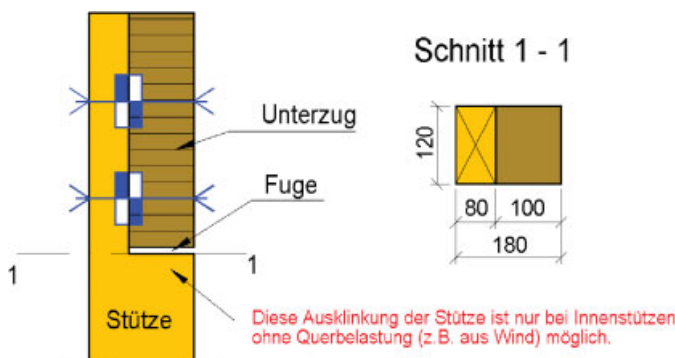


Bild 35. Konstruktion des Anschlusses
Fig. 35. Details of the joint

Eine Stütze mit den Abmessungen 120/180 mm aus Brettschichtholz der Klasse GL24c wird nach Bild 35 für den Anschluss eines Unterzugs seitlich um 100 mm ausgeklint. Die Auflagerkraft des Unterzugs beträgt $F_{c,d} = 34$ kN.

Nutzungsklasse 2; mittlere Lasteinwirkungsdauer

$$M_{y,d} = F_{c,d} \cdot d/2 = 34,0 \cdot 1000 \cdot 180/2 = 3,06 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,d}}{b \cdot h} = \frac{34,0 \cdot 10^3}{80 \cdot 120} = 3,54 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d} \cdot 6}{b \cdot h^2} = \frac{3,06 \cdot 10^6 \cdot 6}{120 \cdot 80^2} = 23,91 \text{ N/mm}^2$$

aus DIN 1052:2004, Tabelle F.5

$$f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,k} = 21 \text{ N/mm}^2$$

aus DIN 1052:2004, Tabelle F.1 $\Rightarrow k_{mod} = 0,8$

Bemessungswert der Festigkeiten nach DIN 1052:2004 Gl. (3)

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 21}{1,3} = 12,92 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{0,8 \cdot 24}{1,3} = 14,47 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit nach Gl. (57)

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = \left(\frac{3,54}{12,92}\right)^2 + \frac{23,91}{14,77} = 1,69 > 1$$

Der Nachweis ist nicht erfüllt. Die Konstruktion ist zu ändern.

12 Beanspruchung durch Biegung und Druck (mit Knickgefahr)

Die Beanspruchungen aus der Druckkraft und aus dem Biegemoment sind nach DIN 1052:2004, Gl. (71) und Gl. (72) nachzuweisen.

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

bzw.

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$k_{red} = 0,7$ für Rechteckquerschnitte $h/b \leq 4$ und 1,00 für alle anderen Querschnitte

Die Kippbeiwerte k_m können dem Bild 29 entnommen werden.

Für Biegeträger mit einfacher Biegung mit $M_{z,d} = 0$ vereinfachen sich die Gleichungen zu

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} \leq 1$$

bzw.

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} \leq 1$$

Beispiel 12: Pfette mit Druckkraft und Biegung (siehe Bild 36)

Die Pfette eines Dachs wird mit einer Streckenlast $E_d = 4,1 \text{ kN/m}$ belastet. Im Verbandsfeld dient diese Pfette gleichzeitig als Pfosten und wird durch eine Normalkraft $F_{c,d} = 21 \text{ kN}$ belastet.

Nutzungsklasse 2, KLED „kurz“ aus DIN 1052:2004,

Tabelle F.1 $\Rightarrow k_{mod} = 0,9$

Brettschichtholz GL28c; aus DIN 1052:2004, Tabelle F.9

$\Rightarrow f_{m,k} = 28,0 \text{ N/mm}^2, f_{c,0,k} = 24,0 \text{ N/mm}^2,$

$\Rightarrow f_{m,d} = 19,38 \text{ N/mm}^2$ und $f_{c,0,d} = 16,62 \text{ N/mm}^2$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$M_{y,d} = \frac{E_d \cdot \ell^2}{8} = \frac{4,1 \cdot 5,00^2}{8} = 12,81 \text{ kNm}$$

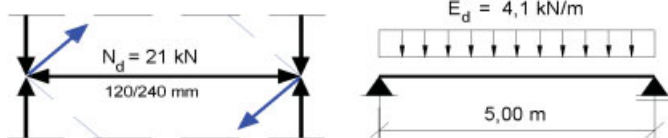


Bild 36. Statisches System und Belastung der Pfette
Fig. 36. Statical system and load on the purlin

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{c,d}}{b \cdot h} = \frac{21,00 \cdot 1000}{120 \cdot 240} = 0,73 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d} \cdot 6}{b \cdot h^2} = \frac{12,81 \cdot 10^6 \cdot 6}{120 \cdot 240^2} = 11,12 \text{ N/mm}^2$$

Knicklänge $\ell_{ef,ky} = \ell_{ef,kz} = 5,00 \text{ m}$

$$\lambda_y = \frac{5000}{240/\sqrt{12}} = 72,2$$

aus Diagramm in [3], Seite 421 erhält man $k_{c,y} = 0,52$

$$\lambda_z = \frac{5000}{120/\sqrt{12}} = 144,4$$

aus Diagramm in [3], Seite 421 erhält man $k_{c,z} = 0,15$

$$\frac{\ell_{ef} \cdot h}{b^2} = \frac{5000 \cdot 240}{120^2} = 83,3 < 140 \Rightarrow k_m = 1$$

nach DIN 1052:2004, Abschnitt 10.3.2 (7)

Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (71) und Gl. (72)

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} = \frac{0,73}{0,52 \cdot 16,62} + \frac{11,12}{1,0 \cdot 19,38} = 0,66 < 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + k_{red} \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} = \frac{0,73}{0,15 \cdot 16,62} + 0,7 \times \frac{11,12}{1,0 \cdot 19,38} = 0,69 < 1$$

13 Beanspruchung durch Schub aus Querkraft

Schub aus einfacher Biegung

Für Biegeträger mit Auflagerung am unteren Trägerrand und Lastangriff am oberen Trägerrand darf der Nachweis der Schubspannungen im Bereich von End- und Zwischenauflagern, wenn dort keine Ausklinkungen und Durchbrüche sind, mit der maßgebenden Querkraft im Abstand h vom Auflagerstand geführt werden (h = Trägerhöhe über Auflagermitte – siehe Bild 37).

Bei Biegestäben aus Nadelschnittholz dürfen die Bemessungswerte der Schubfestigkeit in Bereichen, die min-

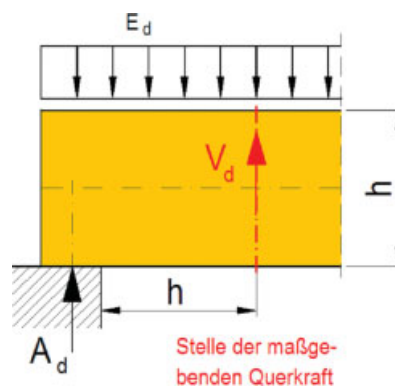


Bild 37. Stelle der maßgebenden Querkraft für den Nachweis des Grenzzustands der Schubbeanspruchung bei Gleichstreckenlast
Fig. 37. Effective lateral force in beam with continuous loads

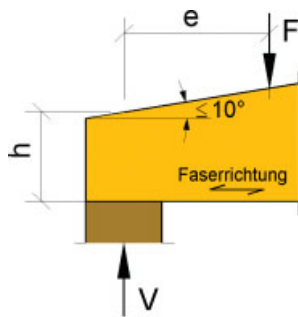
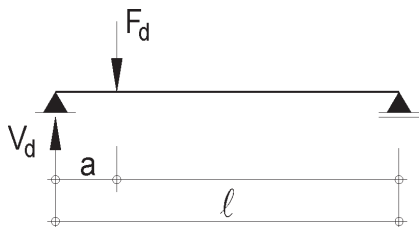


Bild 38. Auflagermaße Einzellast (DIN 1052:2004, Bild 21)
 Fig. 38. Point load nearby the fixed support (DIN 1052:2004, fig. 21)



Für $a \leq 2,5 \cdot h$ darf die Querkraft abgemindert werden. Es gilt:

$$V_{red,d} = \frac{l-a}{l} \cdot \frac{a}{2,5 \cdot h} \cdot F_d$$

 Steht die Einzellast weiter als $2,5 \cdot h$ vom Auflager entfernt, gilt

$$V_d = \frac{l-a}{l} \cdot F_d$$

Bild 39. Einzellast auf einem Träger
 Fig. 39. Point load on the beam

destens 1,50 m vom Hirnholzende des Holzes entfernt liegen, um 30 % erhöht werden.

Die Querkraft V aus auflagenahen ($e \leq 2,5 h$) Einzellasten darf bei unten aufgelagerten Trägern nach DIN 1052:2004, Abschnitt 12.2.9(3) mit dem Faktor $e/(2,5 h)$ abgemindert werden. Der Winkel zwischen dem Druck- und dem Zugrand darf dabei höchstens 10° betragen (siehe Bilder 38 und 39).

Die Nachweisbedingung bei Schub aus Querkraft nach DIN 1052:2004, Gl. (59) lautet:

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

$f_{v,d}$ Bemessungswert der Schubfestigkeit, berechnet aus den reduzierten Festigkeitswerten gemäß Warnvermerk des DIN und Normenausschuss DIN 1052 vom November 2005

Die Schubspannung wird nach den üblichen Regeln der technischen Mechanik berechnet.

Beispiel 13: Nachweis der Schubbeanspruchung an einem Träger mit Einzellasten

Nadelholz der Festigkeitsklasse C30 (siehe Bild 40) Nutzungsklasse 1; mittlere Lasteinwirkungsdauer aus DIN 1052:2004, Tabelle F.1 $k_{mod} = 0,8$; aus DIN 1052:2004, nach Warnvermerk des DIN und Normenausschuss DIN 1052 vom November 2005 ist $f_{v,k} = 2,0 \text{ N/mm}^2$

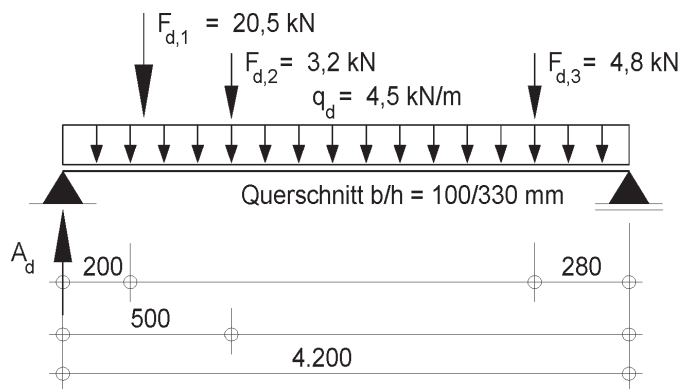


Bild 40. System und Belastungen
 Fig. 40. Statical system and loads

$$A_d = \frac{4,5 \cdot 4,2}{2} + \frac{4,20 - 0,20}{4,20} \cdot 20,5 + \frac{4,20 - 0,50}{4,20} \cdot 3,2 + \frac{0,28}{4,20} \cdot 4,8 = 32,11 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Beanspruchung

$$V_{red,d} = A_d - q_d \cdot h - \Delta V_{Fd,1} - \Delta V_{Fd,2}$$

$$= 32,11 - 4,5 \cdot 0,33 - \frac{4,20 - 0,20}{4,20} \times 20,5 \cdot \left[1 - \frac{0,20}{2,5 \cdot 0,33} \right] - \frac{4,2 - 0,50}{4,20} \times 3,2 \cdot \left[1 - \frac{0,5}{2,5 \cdot 0,33} \right] = 14,72 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Festigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (3)

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{1,3} = \frac{0,8 \cdot 2,0}{1,3} = 1,23 \text{ N/mm}^2$$

Nachweis des Grenzzustands der Tragfähigkeit nach DIN 1052:2004 Gl. (59)

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot d \cdot f_{v,d}} = \frac{1,5 \cdot 14,72 \cdot 1000}{100 \cdot 330 \cdot 1,23} = 0,54 < 1$$

Schub aus Doppelbiegung

Die Nachweisbedingung für Biegung um zwei Achsen lautet nach DIN 1052:2004, Gl. (60):

$$\left(\frac{\tau_{y,d}}{f_{v,d}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{z,d}}{f_{v,d}} \right)^2 \leq 1$$

$f_{v,d}$ Bemessungswert der Schubfestigkeit, berechnet aus den reduzierten Festigkeitswerten, Warnvermerk des DIN und Normenausschuss DIN 1052 vom November 2005

14 Beanspruchung durch Torsion

Die Nachweisbedingung für Torsion lautet nach DIN 1052:2004, Gl. (61):

$$\frac{\tau_{tor,d}}{f_{v,d}} \leq 1$$

mit

$$\tau_{\text{tor,d}} = \frac{M_{X,d}(M_{T,d})}{W_T}$$

$f_{v,d}$ Bemessungswert der Schubfestigkeit, berechnet aus den reduzierten Festigkeitswerten gemäß Warnvermerk des DIN und Normenausschuss DIN 1052 vom November 2005

Torsionsträgheitsmoment I_T für Rechtecke mit den Abmessungen b/d :

$$I_T = \alpha \cdot b^3 \cdot d$$

Torsionswiderstandsmoment W_T für Rechtecke mit den Abmessungen b/d :

$$W_T = \beta \cdot b^2 \cdot d$$

(b ist immer die schmale Seite).

Die Werte sind der Literatur zu entnehmen.

Hinweis: Planmäßige Torsion ist bei Holzkonstruktion zu vermeiden.

Die Verformungen aus der Torsion sind wegen des geringen Schubmoduls des Holzes relativ groß. Durch Kriechverformungen können sich Verlagerungen im statischen System ergeben.

15 Beanspruchung durch Schub aus Querkraft und Torsion

Die Nachweisbedingung für Schub aus Querkraft und Torsion lautet nach DIN 1052:2004, Gl. (62):

$$\frac{\tau_{\text{tor,d}}}{f_{v,d}} + \left(\frac{\tau_{y,d}}{f_{v,d}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{z,d}}{f_{v,d}} \right)^2 \leq 1$$

Literatur

- [1] *Lißner, K., Rug, W., Steinmetz, D.*: DIN 1052:2004 – Neue Grundlagen für Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken, Teil 1: Material- und Werkstoffverhalten. Bautechnik 84 (2007), H. 8, S. 544–558.
- [2] *Lißner, K., Rug, W., Steinmetz, D.*: DIN 1052:2004 – Neue Grundlagen für Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken, Teil 2: Anwendungsbereich und holzbauspezifische Grundlagen des neuen Sicherheitskonzeptes. Bautechnik 84 (2008), H. 1, S. 1–17.
- [3] *Lißner, K., Felkel, A., Hemmer, K., Radovic, B., Rug, W., Steinmetz, D.*: DIN 1052 Praxishandbuch Holzbau (BDZ., Hrsg), Beuth- und WEKA-Verlag, Berlin/Augsburg 2005.
- [4] *Rug, W., Mönck, W.*: Holzbau; 15. Auflage, Verlag Bauwesen, Berlin 2007; (www.holzbau-statik.de).
- [5] *Werner, G., Zimmer, K.*: Holzbau Teil 1 und 2; 3. Auflage, neubearbeitet von *Zimmer, K.* und *Lißner, K.*, Springer Verlag Berlin, Heidelberg 2004/2005.

Die Autoren danken Herrn *Ralf W. Steinmetz*, Ettlingen, für seine Mitwirkung bei der Erstellung von Diagrammen und Beispielen.

Autoren dieses Beitrages:

Dr.-Ing. Karin Lißner, Ingenieurbüro Lißner, Forststraße 35, 01099 Dresden
 Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Rug, Ingenieurbüro Prof. Rug, Wilhelmstraße 25, 19322 Wittenberge
 Prof. Dipl.-Ing. Dieter Steinmetz, SUS-Ingenieure GmbH, Pforzheimer Straße 53, 76275 Ettlingen